

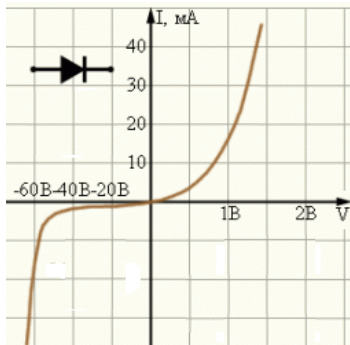
Содержание

1 Закон Ома.....	5
1.1 Задания для самостоятельного решения.....	8
1.1.1 Сопротивление проводника.....	8
1.1.2 Закон Ома.....	9
1.1.3 Тест «Закон Ома. Сопротивление проводника» (открытый сегмент ЕГЭ).....	11
2 Последовательное, параллельное и смешанное соединение проводников.....	15
2.1 Последовательное соединение.....	15
2.1.1 Задачи для самостоятельного решения.....	16
2.2 Параллельное соединение.....	18
2.2.1 Задачи для самостоятельного решения.....	20
2.3 Смешанное соединение.....	21
2.3.1 Примеры решения задач.....	22
2.3.2 Задачи для самостоятельного решения.....	26
2.3.3 Тест «Соединение проводников» (открытый сегмент ЕГЭ).....	28
3 Что такое потенциал?.....	33
4 Электрические измерения.....	37
4.1 Примеры решения задач.....	38
4.2 Задания для самостоятельного решения.....	40
4.3 Примеры решения задач.....	41
4.4 Задачи для самостоятельного решения.....	46
5 Перемычки в электрических цепях.....	47
5.1 Задачи для самостоятельного решения.....	49
6 Мостовая схема.....	52
6.1 Задания для самостоятельного решения.....	56
7 Симметричные цепи.....	58
7.1 Примеры решения задач.....	60
7.2 Задания для самостоятельного решения.....	65
8 Бесконечные цепи.....	68
8.1 Задачи для самостоятельного решения.....	72
8.2 Бесконечные сетки и арматуры.....	72
8.3 Задачи для самостоятельного решения.....	74
9 Нелинейные элементы в цепи постоянного тока.....	75
9.1 Идеальный диод в цепи постоянного тока.....	75
9.2 ВАХ нелинейного элемента задана аналитически.....	79
9.3 ВАХ нелинейного элемента задана графически.....	81
9.4 Задачи для самостоятельного решения.....	84
10 Трехполюсник.....	87

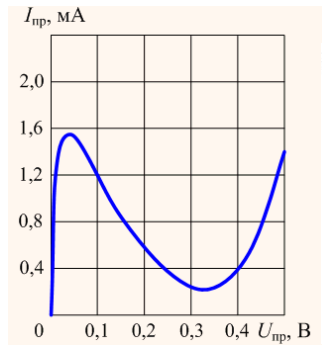
10.1 Задания для самостоятельного решения.....	92
11 Метод наложения.....	93
11.1 Задания для самостоятельного решения.....	96
12 Работа и мощность тока.....	97
12.1 Упражнения.....	99
12.2 Тепловое действие тока.....	101
12.3 Преобразование электрической энергии в механическую энергию.....	116
12.4 Задания ЕГЭ.....	117
Список использованных источников.....	121

1 Закон Ома

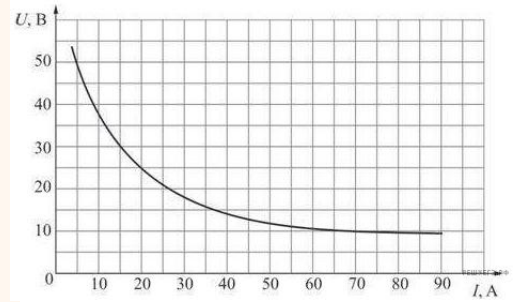
Важной характеристикой проводника является зависимость силы тока от напряжения – вольт - амперная характеристика (ВАХ). Эта зависимость определяется опытным путем и может быть разной. Например:



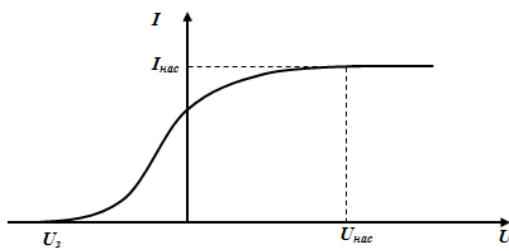
полупроводниковый диод



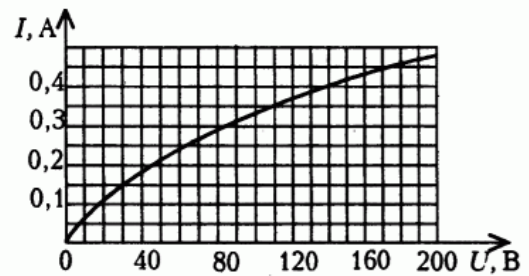
туннельный диод



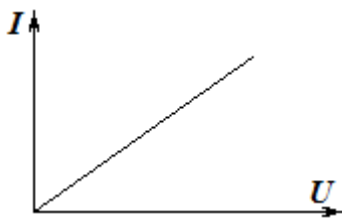
электрическая дуга



фотодиод



лампа накаливания



Есть такие потребители тока, для которых ВАХ является прямой, проходящей через начало координат.

В этом случае сила тока прямо пропорциональна напряжению $I \propto U$. Коэффициент пропорциональности между силой тока и напряжением называется проводимостью $I = \Lambda U$. Проводимость Λ – величина, не зависящая от силы тока в проводнике и напряжения на его концах. Проводимость зависит от самого проводника – его формы, размеров, вещества, температуры.

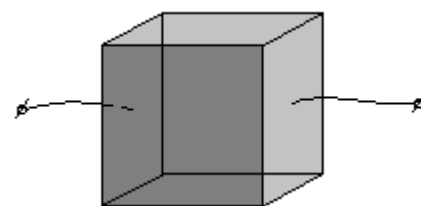
На практике часто используют величину, обратную проводимости, - сопротивление $R = \frac{1}{\Lambda}$. Тогда зависимость силы тока от напряжения запишется в виде $I = \frac{U}{R}$: сила тока в проводнике прямо пропорциональна напряжению на его концах и обратно пропорциональна сопротивлению проводника. Это утверждение носит название закона Ома.

Единица измерения сопротивления – 1 Ом $\left(1 \text{ Ом} = \frac{1 \text{ В}}{1 \text{ А}}\right)$ – это сопротивление проводника, по которому течет ток в 1 А при напряжении на концах в 1 В.

Как показывает опыт, сопротивление цилиндрического проводника прямо пропорционально его длине l и обратно пропорционально S - площади поперечного сечения $R \propto \frac{l}{S}$. Вводим коэффициент пропорциональности ρ :

$$R = \rho \frac{l}{S}.$$

Коэффициент пропорциональности ρ называется удельным сопротивлением вещества, он не зависит от формы и размеров проводника, а зависит от вещества проводника и его температуры. Физический смысл удельного сопротивления ρ - это величина, численно равная сопротивлению между противоположными гранями куба с ребром в 1 м.



Удельное сопротивление металлов растет при увеличении температуры по линейному закону $\rho = \rho_0(1 + \alpha t)$, где ρ_0 - удельное сопротивление

при 0°C , t - температура по шкале Цельсия, α – температурный коэффициент сопротивления.

Зависимость сопротивления от температуры приводит к тому, что сила тока перестает быть прямо пропорциональной напряжению. Причина заключается в том, что протекание тока по проводнику сопровождается тепловым действием. При **увеличении напряжения растет сила тока**, это, в свою очередь, приводит к увеличению тепла, выделяющегося в проводнике. За счет выделяемого тепла металлический проводник нагревается, что приводит к увеличению сопротивления проводника. **Увеличение сопротивления** должно приводить к **уменьшению силы тока**.

Таким образом, на применение закона Ома следует наложить ограничения. Закон можно применять, если изменением сопротивления проводника в процессе изменения напряжения можно пренебречь.

Можно ли применять закон Ома для лампы накаливания? В рабочем режиме температура спирали лампы лежит в интервале от 2000°C до 2700°C . Температурный коэффициент сопротивления вольфрама равен $4,6 \cdot 10^{-3} \text{ K}^{-1}$. Сопротивление лампы в рабочем режиме превышает ее сопротивление при комнатной температуре более, чем в десять раз:

$$\frac{R_{\text{раб}}}{R_{\text{комн}}} = \frac{R_0(1 + \alpha t_{\text{раб}})}{R_0(1 + \alpha t_{\text{комн}})} = \frac{1 + \alpha t_{\text{раб}}}{1 + \alpha t_{\text{комн}}} \approx \frac{1 + 4,6 \cdot 10^{-3} \cdot 2000}{1 + 4,6 \cdot 10^{-3} \cdot 20} \approx 10.$$

Понятно, что прямой пропорциональности между силой тока и напряжением в этом случае не наблюдается.

1.1 Задания для самостоятельного решения

1.1.1 Сопротивление проводника

1 Чему равно сопротивление контактного рельса метрополитена, если его длина 12,5 м, площадь поперечного сечения 58 см^2 . Рельс стальной.

2 Для передачи электроэнергии на расстояние используются алюминиевый провод сечением 50 мм^2 . Каково сопротивление участка ЛЭП длиной 10 км, построенной из такого провода?

3 Требуется изготовить реостат на 150 Ом из никелиновой проволоки площадью сечения $1,5 \text{ мм}^2$. Какой длины должна быть проволока?

4 Необходимо подключить стереоусилительную систему, находящуюся на расстоянии 20 м от микрофона. Каким должен быть диаметр медного провода, если его сопротивление не должно превышать 0,1 Ом?

5 Длины медных проволок отличаются в два раза. Площадь сечения короткой проволоки в 3 раза больше площади сечения длинной проволоки. Во сколько раз отличаются сопротивления проволок?

6 Длина железной проволоки 10 больше длины алюминиевой проволоки. Площадь сечения алюминиевой проволоки в 2 раза меньше площади сечения железной проволоки. Во сколько раз отличаются сопротивления проволок.

7 Масса мотка алюминиевой проволоки равна 540 г, а сопротивление 135 Ом. Какова длина проволоки в мотке, если площадь сечения проволоки равна 2 мм^2 ?

8 Стороны графитового параллелепипеда равны a , $2a$, $3a$. К каким противоположным выводам следует подключить выводы, чтобы сопротивление параллелепипеда было максимальным? минимальным?

9 Сопротивление нихромовой спирали электронагревателя при $0 \text{ }^\circ\text{C}$ составляет 8 Ом. Температура спирали в рабочем режиме $1000 \text{ }^\circ\text{C}$. Каково

сопротивление спирали в рабочем режиме? Изменением линейных размеров спирали при нагревании пренебречь.

10 В термометре сопротивления используется платиновый проводник. Сопротивление проводника при 0°C равно $164,2\ \text{Ом}$. После погружения в сосуд с жидкостью сопротивление термометра стало равным $187,4\ \text{Ом}$. Какова температура жидкости?

1.1.2 Закон Ома

1 При напряжении $220\ \text{В}$ сила тока в резисторе составляет $6\ \text{А}$. Каким будет ток в резисторе, если напряжение уменьшить до $165\ \text{В}$?

2 При напряжении $10\ \text{В}$ сила тока в резисторе составляет $4\ \text{А}$. При каком напряжении ток в резисторе окажется равным $5\ \text{А}$?

3 На какое напряжение рассчитана электрическая лампа сопротивлением $880\ \text{Ом}$, если она горит полным накалом при силе тока $0,25\ \text{А}$? Считать, что сопротивление лампы при нагревании практически не изменяется.

4 На цоколе лампочки карманного фонарика написано $3,5\ \text{В}$, $0,28\ \text{А}$. Каково сопротивление лампочки? Считать, что сопротивление лампы при нагревании практически не изменяется.

5 Какой ток течет через вольтметр, если его сопротивление $12\ \text{кОм}$ и он показывает $84\ \text{В}$?

6 При сухой коже сопротивление между ладонями рук может достигать значения $R_1 = 100\ \text{кОм}$, а при влажных ладонях это сопротивление существенно изменяется ($R_2 = 1000$). Оцените ток, который пройдет через тело человека при контакте с электросетью напряжением $U = 220\ \text{В}$. Сравните полученные значения с порогом безопасного для человека тока $I_0 = 50\ \text{мкА}$ и величиной неотпускающего тока $I' = 15\ \text{мА}$.

7 Сила тока в спирали электрокипятильника 4 А. Кипятильник включен в сеть с напряжением 220 В. Какова длина нихромовой проволоки, из которой изготовлен кипятильник, если площадь ее сечения равна $0,1 \text{ мм}^2$.

8 Школьный реостат рассчитан на максимальный ток 5 А. Длина проволоки реостата 3 м, площадь сечения $0,5 \text{ мм}^2$. Какое максимальное напряжение может быть подано на реостат?

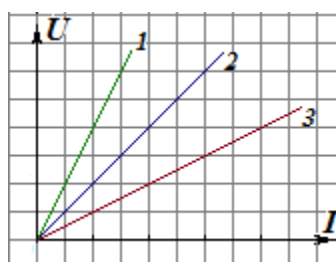
9 Диаметр вольфрамовой проволоки, из которой изготовлена спираль лампы накаливания, составляет 50 мкм, ее длина 50 см. Какой ток течет по спирали при напряжении 220 В?



10 По вольт – амперным характеристикам определите сопротивления проводников.

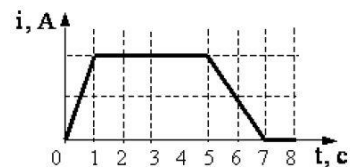


11 Какой из проводников обладает наибольшим сопротивлением?



1.1.3 Тест «Закон Ома. Сопротивление проводника» (открытый сегмент ЕГЭ)

1 Сила тока в лампочке менялась с течением времени так, как показано на графике. В каких промежутках времени напряжение на контактах лампы *не менялось*? Считать сопротивление лампочки неизменным.

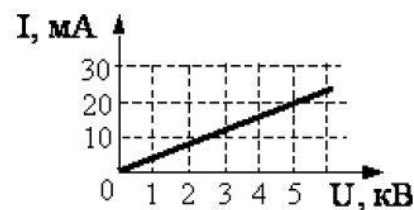


- 1) 0-1 с и 5-7 с; 2) 1-5 с; 3) 7-8 с; 4) 1-5 с и 7-8 с.

2 Как изменится сила тока, протекающего через медный провод, если уменьшить в 2 раза напряжение между его концами, а длину этого провода увеличить в 2 раза?

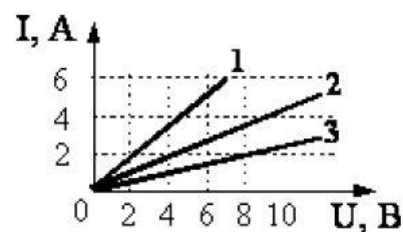
- 1) не изменится; 2) уменьшится в 2 раза;
3) увеличится в 4 раза; 4) уменьшится в 4 раза.

3 На рисунке изображен график зависимости силы тока от напряжений на одной из секций телевизора. Чему равно сопротивление этой секции?



- 1) 250 кОм; 2) 0,25 Ом; 3) 10 кОм; 4) 100 Ом.

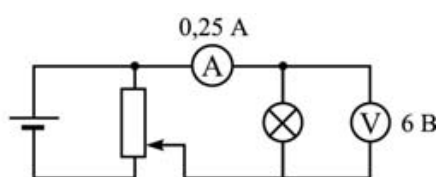
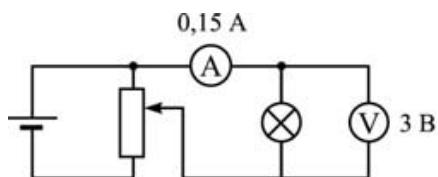
4 На рисунке изображены графики зависимости силы тока в трех проводниках от напряжения на их концах. Сопротивление какого проводника равно 4 Ом?



- 1) проводника 1; 2) проводника 2;
3) проводника 3; 4) для такого проводника нет графика.

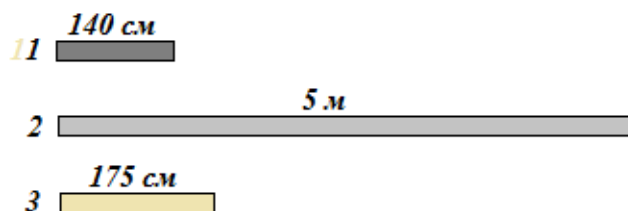
5 Ученик собрал электрическую цепь, состоящую из батарейки, вольтметра, амперметра, реостата и лампы накаливания. На рисунке приве-

дены показания приборов при двух различных положениях движка реостата.
Как изменяется с ростом напряжения сопротивление лампы?



- 1) увеличивается ;
- 2) уменьшается ;
- 3) не изменяется ;
- 4) на основании проведенных опытов ответить на вопрос невозможно

6 Три цилиндрических проводника, изображенные на рисунке, имеют одинаковые площади сечения и одинаковые сопротивления.



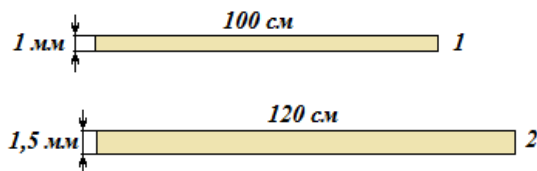
В таблице приведены значения удельных сопротивлений материалов этих проводников.

Материал	Удельное сопротивление, мкОм·м
алюминий	0,028
платина	0,1
латунь	0,08

Установите соответствие между номерами проводников и материалами, из которых они сделаны.

- 1) 1- алюминий, 2 – платина, 3 – латунь;
- 2) 1- алюминий, 2- латунь, 3 – платина;
- 3) 1 – платина, 2 – латунь, 3 – алюминий;
- 4) 1 платина, 2 – алюминий, 3 – латунь.

7 Два куска круглой медной проволоки, показанные на рисунке, подключаются по очереди к источнику постоянного напряжения. Через какую из проволок потечет больший ток?



- 1) через первую; 2) через вторую;
- 3) через обе проволоки потечет одинаковый ток;
- 4) однозначно сказать нельзя, ответ зависит от напряжения на клеммах источника.

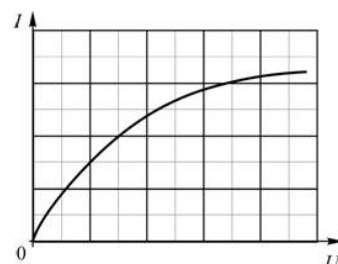
8 Электрическая лампочка подключена к источнику питания, напряжение на клеммах которого можно изменять. В таблице приведена зависимость силы I тока, текущего через лампочку, от напряжения U на ней.

$U, \text{В}$	2	4	6	8	10
$I, \text{А}$	0,1	0,18	0,25	0,3	0,33

Из таблицы следует, что

- 1) сопротивление лампочки растет с ростом напряжения;
- 2) сопротивление лампочки уменьшается с ростом напряжения;
- 3) сопротивление лампочки не изменяется с ростом напряжения;
- 4) невозможно сделать вывод о зависимости сопротивления лампочки от напряжения.

9 Электрическая лампочка подключена к источнику питания, напряжение на клеммах которого можно изменять. На рисунке приведена зависимость силы I тока, текущего через лампочку, от напряжения



U на ней. Из рисунка следует, что

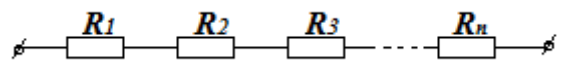
- 1) сопротивление лампочки растёт с ростом напряжения ;
- 2) сопротивление лампочки уменьшается с ростом напряжения;
- 3) сопротивление лампочки не изменяется с ростом напряжения;
- 4) невозможно сделать вывод о зависимости сопротивления лампочки от напряжения.

2 Последовательное, параллельное и смешанное соединение проводников

Отдельные элементы в электрической цепи соединяются друг с другом. Способов соединения два: последовательное и параллельное.

2.1 Последовательное соединение

Последовательно соединенные проводники образуют единую «трубу», по



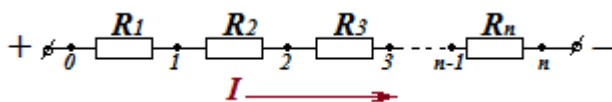
которой бегут заряды. Поскольку заряды нигде не могут накапливаться, через любое сечение «трубы» за равные промежутки времени проходит одинаковый заряд. Следовательно, сила тока во всех элементах последовательной цепи одинакова.

$$I_1 = I_2 = \dots = I_{\text{общ}}.$$

Поскольку ток во всех элементах последовательной цепи одинаков, напряжения на любых двух участках цепи прямо пропорциональны соответствующим сопротивлениям (на большем сопротивлении большее падение напряжения):

$$U_1 = I \cdot R_1 \quad U_2 = I \cdot R_2$$

$$\frac{U_1}{U_2} = \frac{R_1}{R_2}.$$



Общее напряжение – это разность потенциалов $U_{\text{общ}} = \varphi_0 - \varphi_n$. Преобразуем выражение:

разуем выражение:

$$U_{\text{общ}} = \varphi_0 - \varphi_1 + \varphi_1 - \varphi_2 + \varphi_2 \dots \varphi_{n-1} - \varphi_n = (\varphi_0 - \varphi_1) + (\varphi_1 - \varphi_2) + \varphi_2 \dots (\varphi_{n-1} - \varphi_n).$$

Каждая скобка – эта разность потенциалов или напряжение на отдельном участке цепи. Следовательно, общее напряжение равно сумме напряжений на отдельных участках последовательной цепи:

$$U_{\text{общ}} = U_1 + U_2 + \dots + U_n.$$

Разделим обе части полученного уравнения на силу тока

$$\frac{U_{\text{общ}}}{I} = \frac{U_1}{I} + \frac{U_2}{I} + \dots + \frac{U_n}{I}.$$

Каждая дробь – это сопротивление соответствующего участка цепи:

$$R_{\text{общ}} = R_1 + R_2 + \dots + R_n.$$

Общее сопротивление равно сумме сопротивлений отдельных участков последовательной цепи. Понятно, что общее сопротивление всегда больше сопротивлений отдельных участков последовательного соединения.

Частные случаи – последовательное соединение n одинаковых резисторов. Общее сопротивление в этом случае равно $R_{\text{общ}} = nR_1$. Очевидно, напряжение на каждом резисторе в последовательной цепи одинаково $U_i = IR_1 = \text{const}$, тогда общее напряжение $U_{\text{общ}} = nU_1$.

2.1.1 Задачи для самостоятельного решения

1 Проволоку сопротивлением 90 Ом разрезали на 6 равных частей. Чему равно сопротивление одного куска проволоки?

2 Елочная гирлянда составлена из лампочек, рассчитанных на напряжение $U_0 = 6,3$ В. Сколько лампочек может содержать гирлянда, питаемая от сети с напряжением $U = 220$ В?

3 Три резистора сопротивлениями 3 Ом, 5 Ом и 7 Ом соединены последовательно и подключены к источнику, на клеммах которого поддерживается напряжение 30 В. Какой ток течет по цепи? Чему равно напряжение на каждом резисторе?

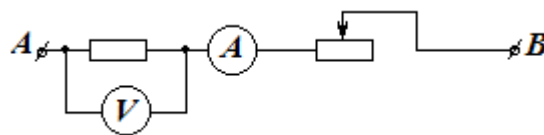
4 Напряжение на участке цепи, содержащем два последовательно соединенных резистора, равно 12 В.



Сила тока в резисторе $R_1 = 6$ Ом равна $I = 0,5$ А. Чему равно сопротивление второго резистора и напряжение на каждом резисторе?

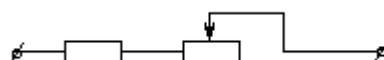
5 Участок цепи содержит три резистора сопротивлением 5 Ом, 10 Ом, 15 Ом, соединенных последовательно. Напряжение на втором резисторе равно 8 В. Какой ток течет по участку цепи? Чему равно напряжение на этом участке цепи?

6 Как изменятся показания приборов, если ползунок реостата передвинуть вправо? Напряжение на участке АВ считайте постоянным.



7 Резистор сопротивлением 10 Ом и реостат сопротивлением 15 Ом соединены последовательно и подключены к источнику напряжения $U = 10$ В. В каких пределах можно изменять ток в цепи при помощи реостата? Каким должно быть сопротивление реостата, чтобы ток в два раза превышал минимальный?

8 Медная и ни-



хромовая проволоки

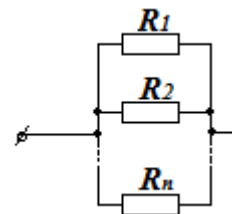
равной длины и сечения соединены последовательно. Во сколько раз отличаются напряжения на проволоках?

9 Алюминиевая и железная проволоки соединены последовательно и подключены к источнику постоянного напряжения $U = 10$ В. Чему равны напряжения на каждой проволоке, если их длины одинаковы, а площадь сечения железной проволоки вдвое больше площади сечения медной проволоки?

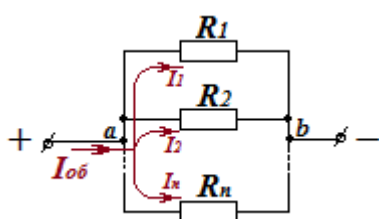
10 Электродвигатель рассчитан на напряжение $U = 120$ В и ток 20 А. Двигатель находится на расстоянии 100 м от источника постоянного напряжения величиной 127 В. Каким должно быть сечение медных подводящих проводов, чтобы обеспечить нормальную работу двигателя?

2.2 Параллельное соединение

Ток в неразветвленной части цепи в узле делится на части. Из закона сохранения заряда следует, что общий ток равен сумме токов в отдельных ветвях



$$I_{\text{общ}} = I_1 + I_2 + \dots + I_n.$$



Все ветви замыкают узлы a и b , следовательно, напряжение на всех ветвях одинаково и равно общему напряжению

$$\varphi_a - \varphi_b = U_1 = U_2 = \dots = U_n = U_{\text{общ}}.$$

Поскольку напряжения на всех ветвях одинаково, токи в ветвях обратно пропорциональны соответствующим сопротивлениям.

$$I_1 = \frac{U}{R_1} \quad I_2 = \frac{U}{R_2}$$

$$\frac{I_1}{I_2} = \frac{R_2}{R_1}.$$

Таким образом, в узле общий ток делится не поровну. Большой ток течет в ветвь с меньшим сопротивлением.

Если параллельно соединены n одинаковых резисторов, токи в ветвях одинаковые $I_1 = I_2 = \dots = I_n$. В этом случае ток в неразветвленной части цепи равен $I_{\text{общ}} = nI_1$.

Разделим закон для тока на одинаковую величину – напряжение U :

$$\frac{I_{\text{общ}}}{U} = \frac{I_1}{U} + \frac{I_2}{U} + \dots + \frac{I_n}{U}.$$

Каждое слагаемое в полученном выражении – величина, обратная сопротивлению или проводимости:

$$\frac{1}{R_{\text{общ}}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \dots + \frac{1}{R_n}.$$

Проводимость параллельного участка цепи равна сумме проводимостей отдельных ветвей. Параллельное соединение всегда приводит к увеличению общей проводимости, а значит, к уменьшению общего сопротивления.

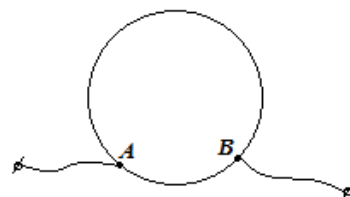
Если сопротивления всех ветвей одинаковые, то общее сопротивление равно $R_{\text{общ}} = \frac{R_1}{n}$.

2.2.1 Задачи для самостоятельного решения

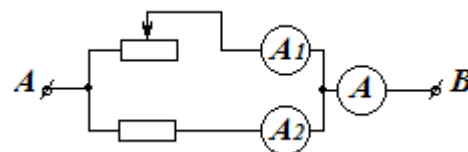
1 Резисторы $R_1 = 2 \text{ Ом}$, $R_2 = 3 \text{ Ом}$, $R_3 = 6 \text{ Ом}$ соединены параллельно. Чему равно общее сопротивление получившегося участка цепи?

2 Проволоку сопротивлением $R = 100 \text{ Ом}$ разрезали на 5 равных частей. Получившиеся кусочки сложили параллельно и слегка скрутили. Чему равно сопротивление получившегося проводника?

3 Проволоку сопротивлением $R = 18 \text{ Ом}$ скрутили в кольцо и подключили к источнику тока через контакты А и В. В каком соотношении контакты А и В должны делить кольцо, чтобы его сопротивление стало в 4,5 раза меньше?

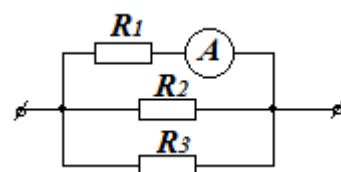


4 Как изменятся показания приборов, если ползунок реостата передвинуть влево? Напряжение на участке АВ считайте постоянным.

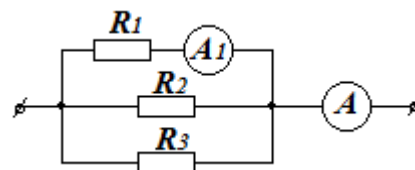


5 Резисторы 3 Ом и 2 Ом соединены параллельно и подключены к источнику постоянного напряжения 6В. Какие токи текут по резисторам? Чему равен ток в неразветвленной части цепи?

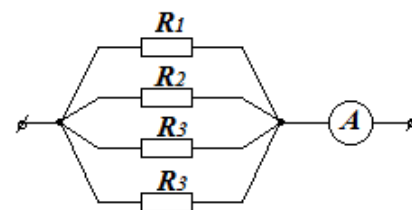
6 Резисторы $R_1 = 6 \text{ Ом}$, $R_2 = 8 \text{ Ом}$, $R_3 = 3 \text{ Ом}$ соединены параллельно. Амперметр показывает ток 2 А. Чему равен ток в неразветвленной части цепи? Сопротивление амперметра можно пренебречь.



7 Резисторы $R_1 = 18 \text{ Ом}$, $R_2 = 8 \text{ Ом}$, R_3 соединены параллельно. Амперметр A_1 показывает ток 2 А. Ток в неразветвленной части цепи равен 8 А. Какой ток течет через второй резистор? Чему равно сопротивление R_3 ?



8 Резисторы сопротивлениями $R_1 = 14 \text{ Ом}$, $R_2 = 56 \text{ Ом}$, $R_3 = 21 \text{ Ом}$, $R_4 = 42 \text{ Ом}$ включены параллельно. Ток в неразветвленной части цепи равен $4,5 \text{ А}$. Какой ток течет по каждому резистору?



9 Алюминиевая и вольфрамовая проволоки одинаковой длины и площади сечения соединены параллельно. Ток в неразветвленной части цепи равен 30 мА . Какой силы ток течет по каждой из проволок?

10 Железная, никелевая и свинцовая проволоки равного сечения соединены параллельно. Длина железной проволоки равна длине свинцовой проволоки и в 5 раз больше длины никелевой проволоки. Сила тока в железном проводнике равна 10 мА . Чему равен ток в неразветвленной части цепи?

2.3 Смешанное соединение

Многие электрические цепи можно представить как комбинацию последовательного и параллельного соединений проводников. Расчет таких цепей сводится к их упрощению путем замены группы резисторов одним резистором, имеющим эквивалентное сопротивление. Какими законами можно при этом пользоваться?

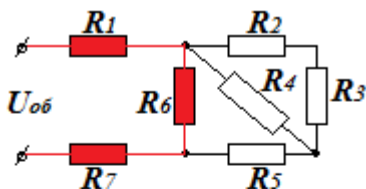
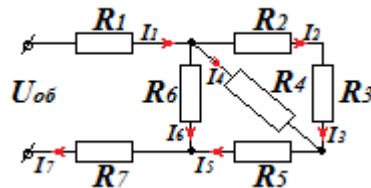
1 Для каждого резистора справедлив закон Ома.

2 Для группы резисторов, соединенных последовательно, справедливы законы последовательного соединения.

3 Для группы резисторов, соединенных параллельно, справедливы законы параллельного соединения.

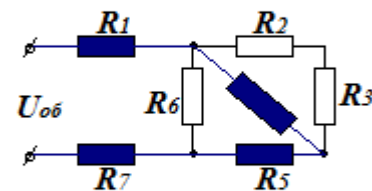
4 Для любого узла в цепи справедлив первый закон Кирхгофа – сумма токов, входящих в узел, равна сумме токов, выходящих из узла.

5 Напряжение (разность потенциалов) между любыми двумя точками цепи равно сумме напряжений на отдельных участках цепи, соединяющих данные точки. Например:



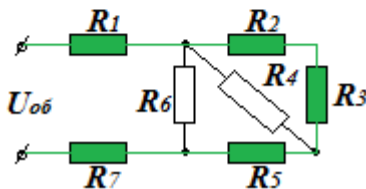
$$U_{общ} = U_1 + U_6 + U_7$$

$$U_{общ} = I_1 R_1 + I_6 R_6 + I_7 R_7$$



$$U_{общ} = U_1 + U_4 + U_5 + U_7$$

$$U_{общ} = I_1 R_1 + I_4 R_4 + I_5 R_5 + I_7 R_7$$

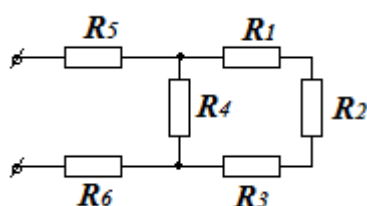


$$U_{общ} = U_1 + U_2 + U_3 + U_5 + U_7$$

$$U_{общ} = I_1 R_1 + I_2 R_2 + I_3 R_3 + I_5 R_5 + I_7 R_7$$

2.3.1 Примеры решения задач

Пример 1 Найдите распределение токов и напряжений в цепи.

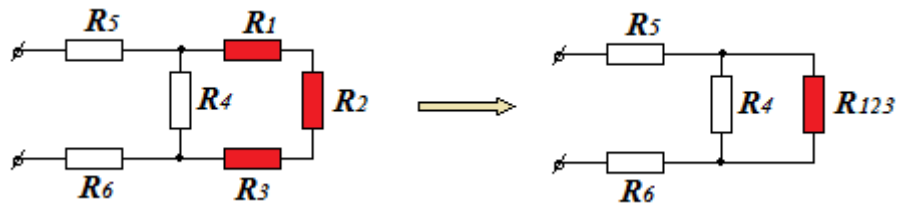


$$R_1 = 10 \text{ Ом}, R_2 = 7 \text{ Ом}, R_3 = 13 \text{ Ом},$$

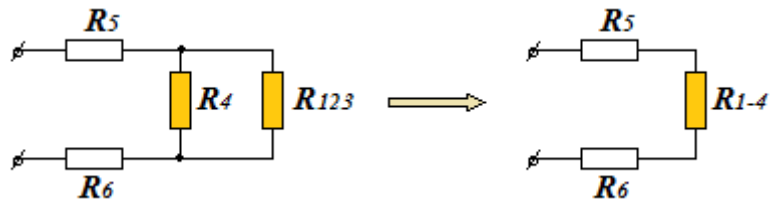
$$R_4 = 20 \text{ Ом}, R_5 = 8 \text{ Ом}, R_6 = 5 \text{ Ом},$$

$$U_{об} = 50 \text{ В}$$

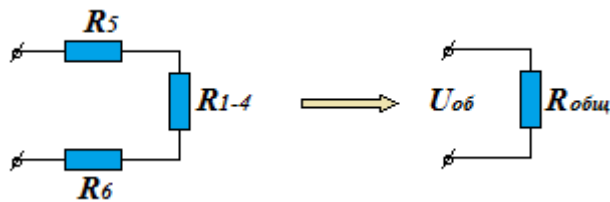
Резисторы R_1 , R_2 и R_3 соединены последовательно. Заменяем их на эквивалентное сопротивление $R_{123} = R_1 + R_2 + R_3 = 10 + 7 + 13 = 30$ (Ом).



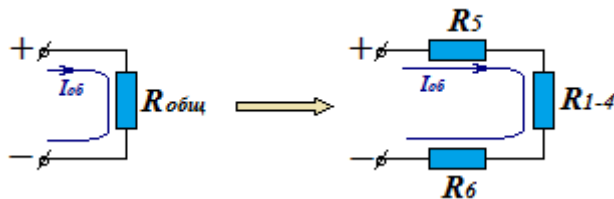
Резисторы R_{123} и R_4 соединены параллельно. Заменяем их на эквивалентное сопротивление $R_{1-4} = \frac{R_{123}R_4}{R_{123} + R_4} = \frac{20 \cdot 30}{20 + 30} = 12$ (Ом).



Резисторы R_{1-4} , R_5 и R_6 соединены последовательно. Общее сопротивление равно $R_{общ} = R_{1-4} + R_5 + R_6 = 12 + 8 + 5 = 25$ (Ом).



Для определения общего тока применяем закон Ома $I_{общ} = \frac{U_{общ}}{R_{общ}} = \frac{50}{25} = 2$ (А).



Общий ток течет через резисторы R_{1-4} , R_5 и R_6 , следовательно,

$$I_5 = I_{1-4} = I_6 = I_{\text{общ}} = 2 \text{ A.}$$

Находим напряжения резисторах R_5 и R_6 , используя закон Ома:

$$U_5 = I_5 R_5 = 2 \cdot 8 = 16 \text{ (В)}$$

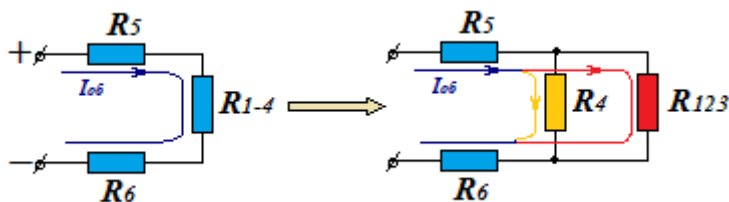
$$U_6 = I_6 R_6 = 2 \cdot 5 = 10 \text{ (В)}$$

Напряжение на резисторе можно найти двумя способами: используя закон Ома или применяя закон последовательного соединения для напряжений.

$$U_{1-4} = I_{1-4} R_{1-4} = 2 \cdot 12 = 24 \text{ (В)} \quad \text{или} \quad U_{1-4} = U_{\text{общ}} - U_5 - U_6 = 50 - 16 - 10 = 24 \text{ (В)}$$

Поскольку участок 1-4 представляет собой параллельное соединение, напряжения $U_{1-4} = U_4 = U_{1-3} = 24 \text{ В}$. Для нахождения тока в R_4 применяем закон

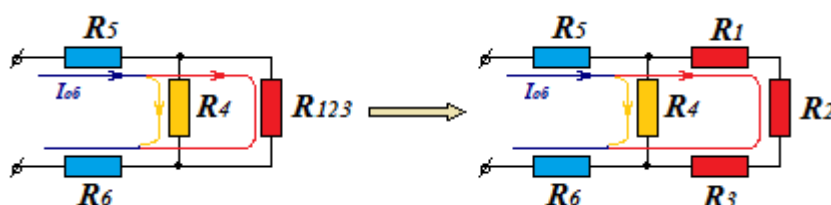
$$\text{Ома } I_4 = \frac{U_4}{R_4} = \frac{24}{20} = 1,2 \text{ (А)}.$$



Ток на участке R_{123} можно найти двумя способами: используя закон Ома или применяя первый закон Кирхгофа.

$$I_{123} = \frac{U_{123}}{R_{123}} = \frac{24}{30} = 0,8 \text{ (А)} \quad \text{или} \quad I_{123} = I_{\text{общ}} - I_4 = 2 - 1,2 = 0,8 \text{ (А)}$$

Ток в последовательно соединенных резисторах R_1 , R_2 и R_3 одинаков и равен $I_1 = I_2 = I_3 = I_{123} = 0,8 \text{ А}$.



Напряжения на резисторах R_1 , R_2 и R_3 находим по закону Ома:

$$U_1 = I_1 R_1 = 0,8 \cdot 10 = 8 \text{ (В)}$$

$$U_2 = I_2 R_2 = 0,8 \cdot 7 = 5,6 \text{ (В)}$$

$$U_3 = I_3 R_3 = 0,8 \cdot 13 = 10,4 \text{ (В)}$$

Окончательно получаем

$$U_1 = 8 \text{ В} \quad I_1 = 0,8 \text{ А}$$

$$U_2 = 5,6 \text{ В} \quad I_2 = 0,8 \text{ А}$$

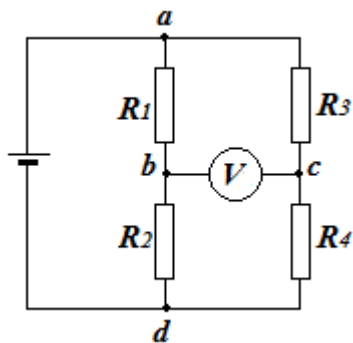
$$U_3 = 10,4 \text{ В} \quad I_3 = 0,8 \text{ А}$$

$$U_4 = 24 \text{ В} \quad I_4 = 1,2 \text{ А}$$

$$U_5 = 16 \text{ В} \quad I_5 = 2 \text{ А}$$

$$U_6 = 10 \text{ В} \quad I_6 = 2 \text{ А}$$

Пример 2 Что показывает вольтметр в цепи, если сопротивления ре-



зисторов равны $R_1 = 10 \text{ Ом}$, $R_2 = 5 \text{ Ом}$, $R_3 = 6 \text{ Ом}$, $R_4 = 9 \text{ Ом}$, $U_{об} = 45 \text{ В}$. Определите полярность вольтметра. Сопротивление вольтметра бесконечно велико.

Поскольку сопротивление вольтметра бесконечно велико, ток через прибор не течет. Вольтметр показывает разность потенциалов между точками b и c $U_V = \varphi_b - \varphi_c$. Преобразуем выражение - в правой части равенства прибавим и вычтем φ_a : $U_V = \varphi_b - \varphi_c = (\varphi_a - \varphi_c) - (\varphi_a - \varphi_b)$. Величины в скобках - напряжения на резисторах R_1 и R_3 . Следовательно

$$\begin{cases} U_1 = \varphi_a - \varphi_b \\ U_3 = \varphi_a - \varphi_c \end{cases} \Rightarrow U_V = U_3 - U_1.$$

Задача сводится к нахождению напряжений на резисторах R_1 и R_3 .

Согласно закону параллельного соединения $U_{12} = U_{34} = U_{общ}$.

Общее сопротивление левой ветви $R_{12} = R_1 + R_2 = 10 + 5 = 15$ (Ом). Ток в этой

ветви $I_{12} = \frac{U_{общ}}{R_{12}} = \frac{45}{15} = 3$ (А). Напряжение на первом резисторе равно

$$U_1 = I_{12} \cdot R_1 = 3 \cdot 10 = 30 \text{ (В)}.$$

Общее сопротивление правой ветви $R_{34} = R_3 + R_4 = 6 + 9 = 15$ (Ом). Ток

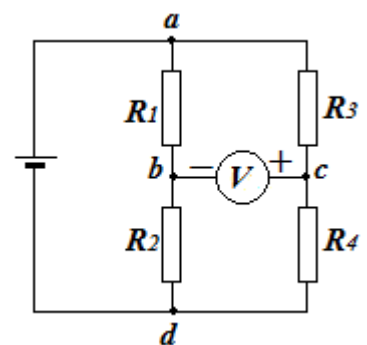
в этой ветви $I_{34} = \frac{U_{общ}}{R_{34}} = \frac{45}{15} = 3$ (А). Напряжение на третьем резисторе равно

$$U_3 = I_{34} \cdot R_3 = 3 \cdot 6 = 18 \text{ (В)}.$$

Показания вольтметра равны

$$U_V = U_3 - U_1 = 18 - 30 = -12 \text{ (В)}.$$

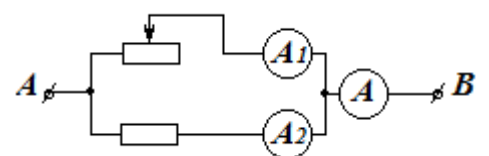
Знак «минус» говорит о том, что потенциал точки b меньше потенциала точки c . Это значит, что с узлом b должна быть соединена отрицательная клемма прибора, а с узлом c – положительная клемма прибора.



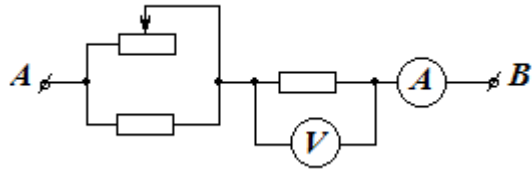
2.3.2 Задачи для самостоятельного решения

1 Изобразите все возможные способы соединения четырех резисторов и найдите общее сопротивление полученных цепей. Сопротивления всех резисторов одинаковы и равны $R = 1$ Ом.

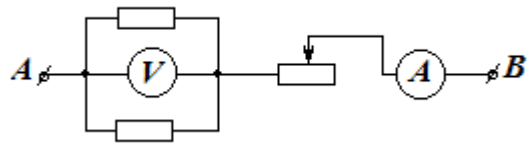
2 Как изменятся показания приборов, если ползунок реостата передвинуть влево? Напряжение на участке АВ считайте постоянным.



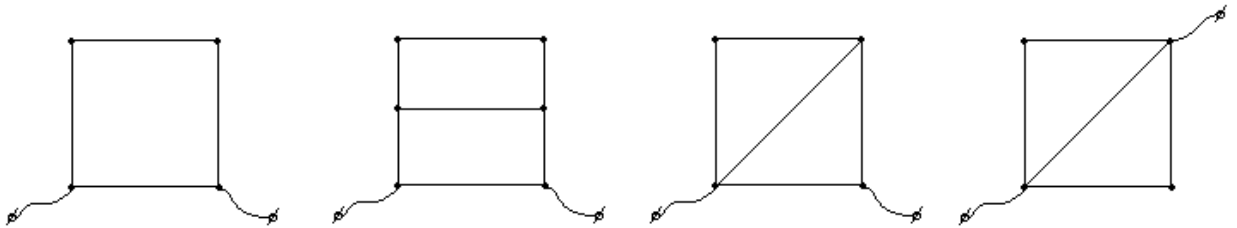
3 Как изменятся показания приборов, если ползунок реостата передвинуть вправо? Напряжение на участке АВ считайте постоянным.



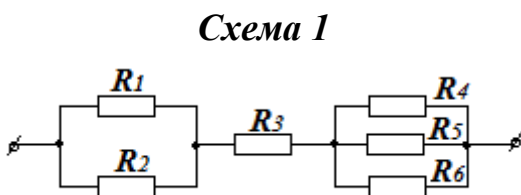
4 Как изменятся показания приборов, если ползунок реостата передвинуть влево? Напряжение на участке АВ считайте постоянным.



5 Определите сопротивление проволочных каркасов, если сопротивление единицы длины проволоки, из которой они изготовлены, равно ρ . Длина стороны квадрата равно a .



6 Найдите распределение токов и напряжений в цепи.

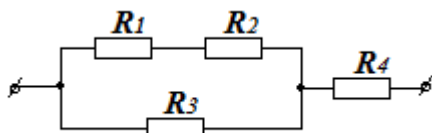


$$R_1 = 3 \text{ Ом}, R_2 = 7 \text{ Ом}, R_3 = 6,5 \text{ Ом},$$

$$R_4 = 7 \text{ Ом}, R_5 = 2 \text{ Ом}, R_6 = 14 \text{ Ом},$$

$$U_{\text{общ}} = 10 \text{ В}$$

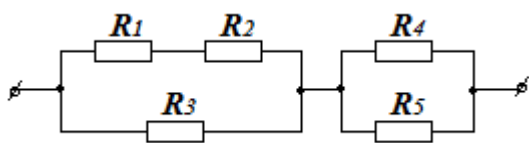
Схема 2



$$R_1 = 5 \text{ Ом}, R_2 = 7 \text{ Ом}, R_3 = 6 \text{ Ом}, R_4 = 1 \text{ Ом}$$

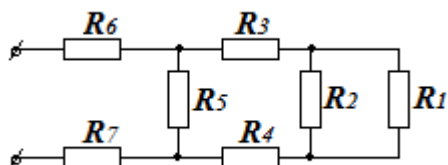
$$U_{\text{общ}} = 30 \text{ В}$$

Схема 3



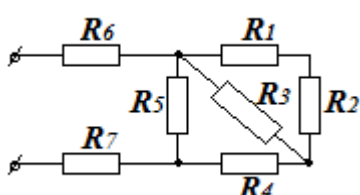
$R_1 = 15 \text{ Ом}, R_2 = 27 \text{ Ом}, R_3 = 8 \text{ Ом},$
 $R_4 = 9 \text{ Ом}, R_5 = 16 \text{ Ом}$
 $U_{\text{общ}} = 78 \text{ В}$

Схема 4



$R_1 = 8 \text{ Ом}, R_2 = 24 \text{ Ом}, R_3 = 3 \text{ Ом},$
 $R_4 = 6 \text{ Ом}, R_5 = 20 \text{ Ом}, R_6 = 2 \text{ Ом},$
 $R_7 = 3 \text{ Ом}, U_{\text{общ}} = 95 \text{ В}$

Схема 5

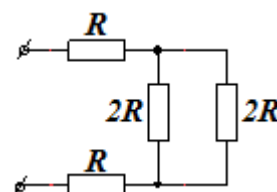


$R_1 = 3 \text{ Ом}, R_2 = 12 \text{ Ом}, R_3 = 12 \text{ Ом},$
 $R_4 = 2 \text{ Ом}, R_5 = 26 \text{ Ом}, R_6 = 15 \text{ Ом},$
 $R_7 = 3,5 \text{ Ом}, U_{\text{общ}} = 150 \text{ В}$

2.3.3 Тест «Соединение проводников» (открытый сегмент ЕГЭ)

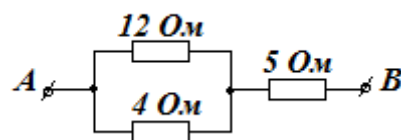
1 Общее сопротивление участка цепи, изображенного на рисунке, равно

- 1) $2,5R$; 2) $3R$; 3) $3,5R$; 4) $4R$.



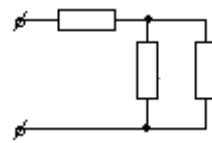
2 Сопротивление между точками А и В электрической цепи, представленной на рисунке, равно

- 1) 3 Ом ; 2) 5 Ом ; 3) 8 Ом ; 4) 21 Ом .



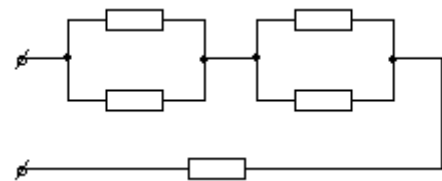
3 В участке цепи, изображенном на рисунке, сопротивление каждого резистора 3 Ом. Найдите общее сопротивление участка.

- 1) 6 Ом; 2) 3 Ом;
 3) 4,5 Ом; 4) $\frac{2}{3}$ Ом.



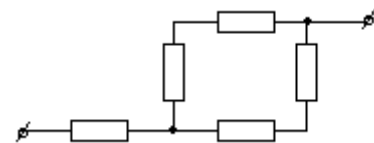
4 В участке цепи, изображенном на рисунке, сопротивление каждого резистора 8 Ом. Найдите общее сопротивление участка.

- 1) 32 Ом; 2) 16 Ом; 3) 8 Ом; 4) 4 Ом.



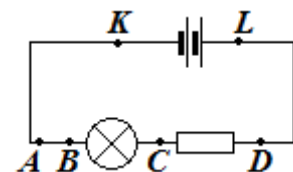
5 В цепи, схема которой изображена на рисунке, сопротивление каждого резистора равно 3 Ом. Полное сопротивление цепи равно

- 1) 12 Ом; 2) 7,5 Ом; 3) 5 Ом; 4) 4 Ом.

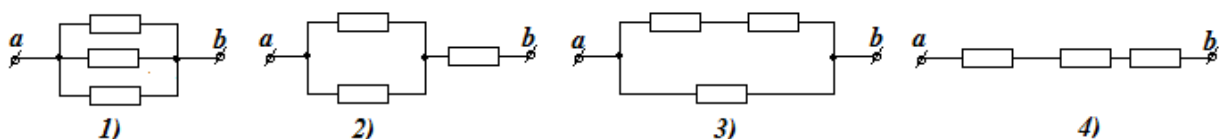


6 Для увеличения накала лампы (смотри рисунок) следует подключить дополнительное сопротивление к точкам

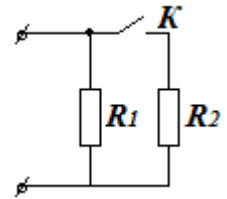
- 1) А и В; 2) В и С; 3) С и D; 4) К и L.



7 Три одинаковых резистора сопротивлением R соединены четырьмя способами. В каком случае сопротивление участка $a - b$ равно $\frac{2}{3}R$?

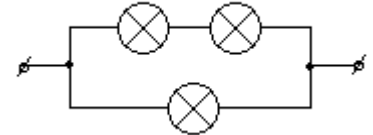


8 Как изменится сопротивление цепи, изображенной на рисунке, при замыкании ключа К?



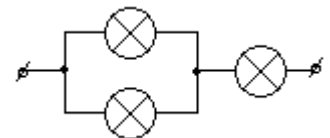
- 1) уменьшится;
- 2) увеличится;
- 3) не изменится;
- 4) уменьшится или увеличится в зависимости от соотношения между сопротивлениями R_1 и R_2 .

9 На рисунке показан участок цепи постоянного тока, содержащий 3 лампочки накаливания. Если сопротивление каждой лампочки 21 Ом, то сопротивление всего участка цепи



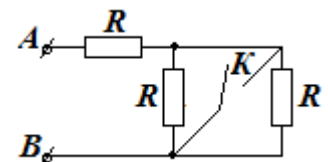
- 1) 63 Ом;
- 2) 42 Ом;
- 3) 14 Ом;
- 4) 7 Ом.

10 На рисунке показан участок цепи постоянного тока, содержащий 3 лампочки накаливания. Если сопротивление каждой лампочки 24 Ом, то сопротивление всего участка цепи



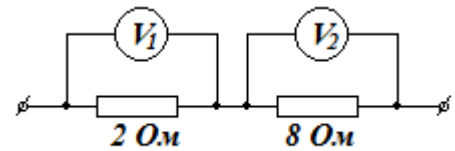
- 1) 72 Ом;
- 2) 48 Ом;
- 3) 36 Ом;
- 4) 8 Ом.

11 Как изменится сопротивление участка цепи АВ, изображенного на рисунке, если ключ К разомкнуть? Сопротивление каждого резистора равно 4 Ом.



- 1) уменьшится на 4 Ом;
- 2) уменьшится на 2 Ом;
- 3) увеличится на 2 Ом;
- 4) увеличится на 4 Ом.

12 Два резистора включены в электрическую цепь последовательно. Как соотносятся показания вольтметров, изображенных на схеме?



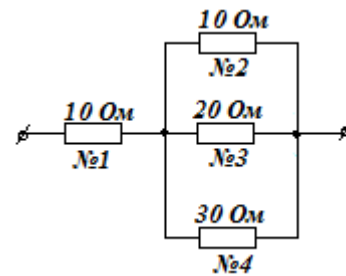
- 1) $U_1 = 2U_2$; 2) $U_1 = 4U_2$; 3) $U_1 = \frac{1}{4}U_2$; 4) $U_1 = \frac{1}{2}U_2$.

13 С помощью трех резисторов сопротивлением 6 Ом каждый можно получить минимальное сопротивление, равное

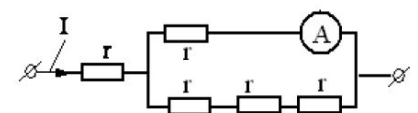
- 1) 0,5 Ом 2) 2 Ом 3) 3 Ом 4) 6 Ом

14 На рисунке показана схема электрической цепи. Через какой резистор течет наибольший электрический ток?

- 1) через 1-ый;
2) через 2-ой;
3) через 3-ий;
4) через 4-ый.

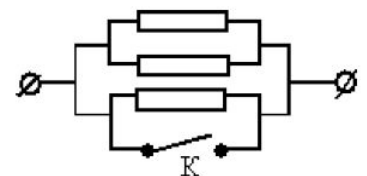


15 Через участок цепи (смотри рисунок) течет постоянный ток $I=4$ А. Что показывает амперметр? Сопротивлением амперметра пренебречь.



- 1) 1 А; 2) 2 А; 3) 3 А; 4) 1,5 А.

16 Каким будет сопротивление участка цепи (смотри рисунок), если ключ К замкнуть? (Каждый из резисторов имеет сопротивление R).

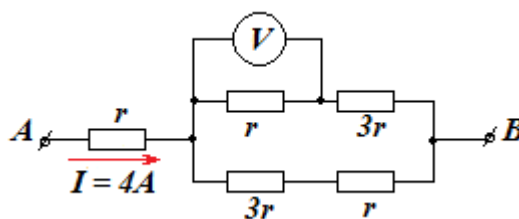


- 1) $2R$; 2) 0 ; 3) $3R$; 4) R .

17 Участок цепи состоит из двух последовательно соединенных цилиндрических проводников, сопротивление первого из которых равно R , а второго – $2R$. Как изменится общее сопротивление этого участка, если и длину, и площадь поперечного сечения первого проводника уменьшить в 2 раза?

- 1) увеличится в 2 раза; 2) уменьшится в 4 раза;
 3) уменьшится в 2 раза; 4) не изменится.

18 На рисунке показана схема участка электрической цепи. По участку АВ течет постоянный ток $I = 4$ А. Какое напряжение показывает идеальный вольтметр, если сопротивление $r = 1$ Ом?



- 1) 1 В; 2) 2 В; 3) 3В; 4) 4В.

3 Что такое потенциал?

Электрический ток часто сравнивают с течением воды. В природе вода течет в направлении действия силы тяжести – сверху вниз. Сила тяжести стремится переместить воду в положение с меньшей потенциальной энергией (потенциальная энергия прямо пропорциональна высоте тела над Землей $W_p = mgh$).



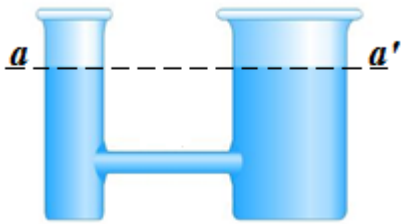
Введем новую физическую величину $\varphi = \frac{W_p}{m} = \frac{mgh}{m} = gh$.

Интересно, что отношение потенциальной энергии тела к его массе не зависит от массы тела $\varphi = gh$, а зависит исключительно от местоположения тела в поле тяготения. По этой причине величину можно принять за характеристику поля тяготения в данной точке.

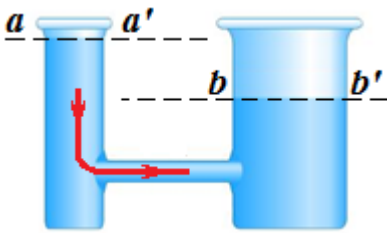
Величину $\varphi = \frac{W_p}{m}$ называют потенциалом. Физический смысл потенциала – это величина, численно равная потенциальной энергии тела массой 1 кг, помещенного в данную точку поля.

Вспомним поведение жидкости в сообщающихся сосудах. Если в сообщающиеся сосуды налита однородная жидкость, то она *будет в равнове-*

сии (не будет перетекать из одного сосуда в другой), если ее уровень в сосудах одинаков.



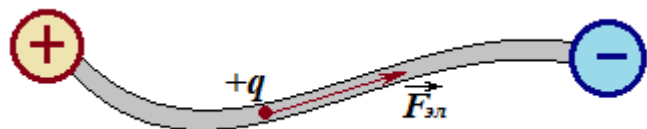
Эту же мысль можно сформулировать иначе: жидкость не перетекает из одного сосуда в другой, поскольку потенциалы точек свободной поверхности в левом и правом сосудах одинаковы.



Если уровни однородной жидкости в сосудах разные, она начинает перетекать из сосуда, где уровень свободной поверхности выше, туда, где уровень свободной поверхности ниже.

Нетрудно видеть, что потенциал точек свободной поверхности жидкости в левом колене $\varphi_a = gh_a$ больше потенциала точек свободной поверхности в правом колене $\varphi_b = gh_b$. Жидкость перетекает из одного сосуда в другой, если между свободными поверхностями существует разность (или перепад) потенциалов.

Вернемся к электрическому току.



Два заряженных тела, положительное и отрицательное, соединили проводником. Заряженные тела создают электрическое поле, это поле действует на заряды в проводнике с электрической силой, приводя их в направленное движение.

Электрическое поле действует на заряды подобно тому, как поле тяготения действует на тела: положительные заряды «текут» туда, где их потенциальная энергия будет меньше.

Участок электрической цепи уместно сравнить с сообщающимися сосудами. Жидкость перетекает при наличии перепада уровней в сосудах или при наличии перепада потенциалов. По аналогии с полем тяготения можно заключить, что заряды бегут по проводнику при наличии перепада потенциала между его концами.

В случае электрического поля под потенциалом понимают величину $\varphi = \frac{W_p}{q}$. Физический смысл потенциала – это величина, численно равная потенциальной энергии единичного положительного заряда (+ 1 Кл), внесенного в данную точку поля.

Перемещая заряды по проводнику, электрическая сила совершает работу. Работу по перемещению единичного положительного заряда вдоль проводника назвали напряжением

$$U = \frac{A_{\text{эл.поля}}}{q}$$

Работа, в свою очередь, - это изменение энергии

$$A_{\text{эл.поля}} = W_{p1} - W_{p2}$$

Потенциальную энергию заряда можно выразить через потенциалы концов участка цепи $W_{p1} = q\varphi_1$ и $W_{p2} = q\varphi_2$. Тогда выражение для напряжения можно преобразовать

$$U = \frac{q\varphi_1 - q\varphi_2}{q} = \frac{q(\varphi_1 - \varphi_2)}{q} = \varphi_1 - \varphi_2$$

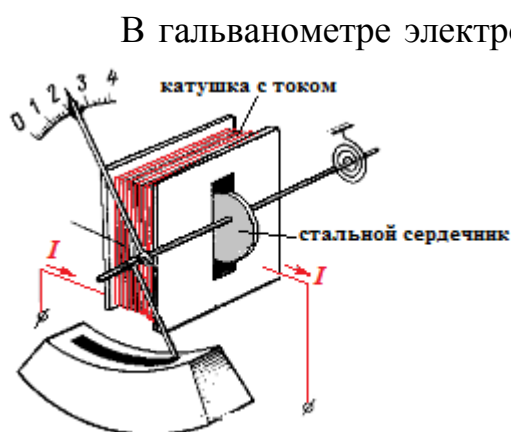
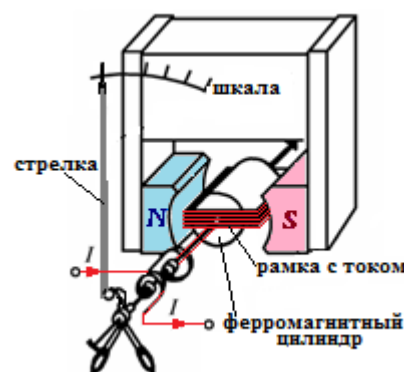
Итак, напряжение – это разность потенциалов между концами участка цепи. Напряжение или разность потенциала между концами проводника ведет себя подобно перепаду уровней жидкости в сообщающихся сосудах:

- есть перепад уровней в сообщающихся сосудах → жидкость течет;
- есть разность потенциалов между концами проводника → есть ток.

4 Электрические измерения

Для измерения тока и напряжения в электрических цепях используется прибор, называемый *гальванометром*. Принцип действия гальванометра может быть разным.

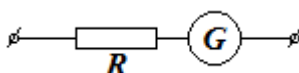
Например, в гальванометре магнито-электрической системы измеряемый ток пропускается по рамке, расположенной в магнитном поле. Под действием магнитного поля рамка с током поворачивается. Угол поворота рамки прямо пропорционален текущему по ней току.



тушке току.

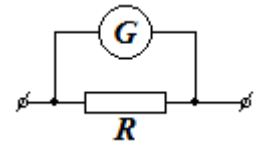
- Итак, независимо от принципа действия *гальванометр реагирует на текущий по прибору ток.*

Для измерения тока в цепи гальванометр включают последовательно с участком цепи, в котором хотят определить ток.



Ток во всех элементах последовательной цепи одинаков. Гальванометр измеряет ток, текущий через прибор, такой же ток течет через резистор.

Для измерения напряжения гальванометр включают параллельно участку цепи, на котором хотят измерить напряжение. Гальванометр опять-таки измеряет текущий по нему ток! Между током, текущим по гальванометру, и напряжением на нем прямо пропорциональная зависимость $U = I_G \cdot R_G$. По этой причине шкалу прибора можно проградуировать в Вольтах, умножив текущий по прибору ток на сопротивление прибора ($R_G = const$). В этом случае *гальванометр начнет показывать напряжение на самом себе*. Это напряжение согласно закону параллельного соединения совпадает с напряжением на резисторе.



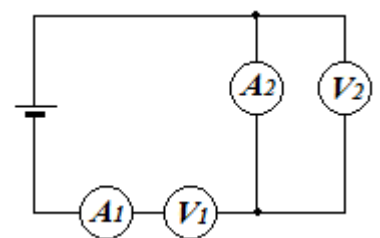
Обмотка гальванометра - обычный проводник, она обладает сопротивлением R_G . Гальванометр в цепи ведет себя как резистор.

4.1 Примеры решения задач

Пример 1 В цепь включены два микроамперметра и два одинаковых вольтметра. Показания микроамперметров $I_1 = 100 \text{ мкА}$ и $I_2 = 99 \text{ мкА}$; показания первого вольтметра $U_1 = 10 \text{ В}$. Найдите показания второго вольтметра U_2 .

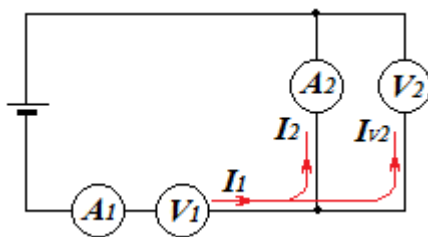
Второй вольтметр показывает напряжение на самом себе

$$U_2 = I_{V2} \cdot R_V.$$



Ток через второй вольтметр находим по закону параллельного соединения

$$I_{V2} = I_1 - I_2.$$



Сопротивление второго вольтметра такое же, как сопротивление первого вольтметра. Его можно найти на основании закона Ома $R_V = \frac{U_1}{I_{V1}}$. Пер-

вый вольтметр включен последовательно с первым амперметром, следова-

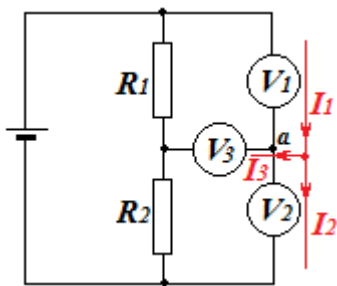
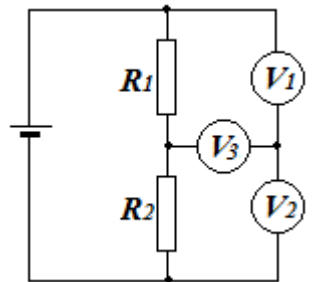
тельно, сила тока в первом вольтметре и первом амперметре одинакова

$I_{V_2} = I_1$. Тогда сопротивление вольтметра равно $R_V = \frac{U_1}{I_1}$, а показание второго

вольтметра

$$U_2 = (I_1 - I_2) \cdot \frac{U_1}{I_1} = \frac{(100 \text{ мкА} - 99 \text{ мкА}) \cdot 10 \text{ В}}{100 \text{ мкА}} = 0,1 \text{ В}$$

Пример 2 Цепь составлена из двух резисторов и трех одинаковых вольтметров. Показания первого и второго вольтметров равны соответственно $U_1 = 5 \text{ В}$ и $U_2 = 3 \text{ В}$. Что показывает третий вольтметр?



Ток, текущий через первый вольтметр, в узле *a* делится на две части. Согласно первому закону Кирхгофа $I_1 = I_2 + I_3$.

Умножим обе части равенства на сопротивление вольтметра – оно у всех приборов одинаково:

$$I_1 \cdot R_V = I_2 \cdot R_V + I_3 \cdot R_V$$

Произведение силы тока на сопротивление дает напряжение на соответствующем участке цепи $U_1 = U_2 + U_3$.

Показание третьего вольтметра равно $U_3 = U_1 - U_2 = 5 - 3 = 2 \text{ (В)}$.

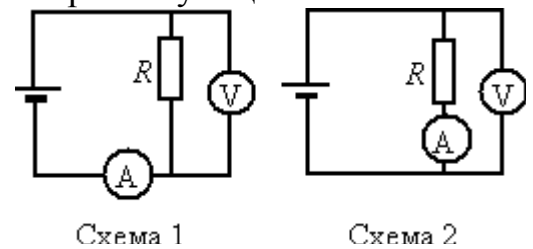
4.2 Задания для самостоятельного решения

Задача 1

Вольтметр сопротивлением $R = 140 \text{ кОм}$ создан на основе гальванометра, дающего максимальное отклонение стрелки при токе $I_G = 180 \text{ мкА}$. Какое максимальное напряжение можно измерить этим вольтметром?

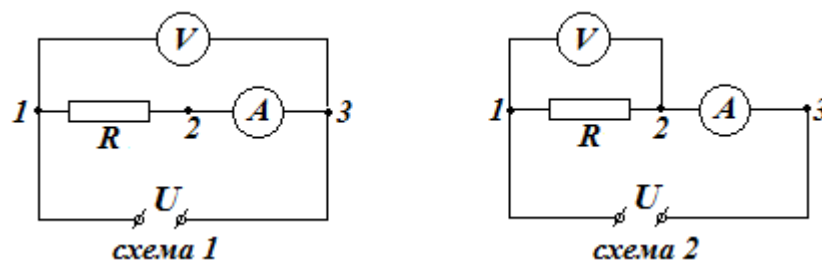
Задача 2 (ЕГЭ)

Одни и те же элементы соединены в электрическую цепь сначала по схеме 1, затем по схеме 2 (см. рисунок). Сопротивление резистора равно R , сопротивление амперметра R , сопротивление вольтметра $9R$. Найдите отношение показаний амперметра в схемах. Внутренним сопротивлением источника и сопротивлением проводов пренебречь.



Задача 3 (ЕГЭ)

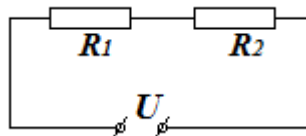
Школьник собрал схему, изображенную на первом рисунке. После ее подключения к идеальному источнику постоянного напряжения оказалось, что амперметр показывает $I_1 = 0,95 \text{ А}$, а вольтметр – напряжение $U_1 = 12 \text{ В}$. Когда школьник переключил один из проводников вольтметра от точки 1 к точке 2 (см. второй рисунок), вольтметр стал показывать напряжение $U_2 = 11,9 \text{ В}$, а амперметр – ток $I_2 = 1 \text{ А}$. Во сколько раз сопротивление вольтметра больше сопротивления амперметра?



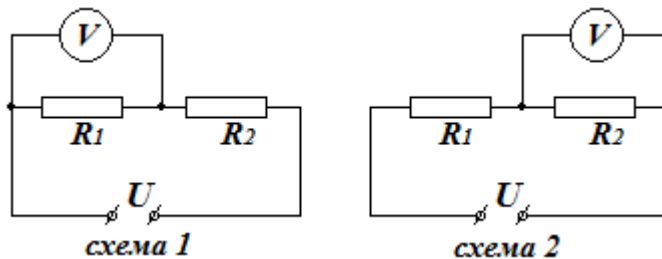
4.3 Примеры решения

Рассмотрим следующий пример

Если вольтметр, имеющий некоторое сопротивление, подключен параллельно резистору R_1 , то он показывает напряжение $U_1 = 6$ В, если параллельно R_2 , то $U_2 = 4$ В. Каковы будут напряжения на резисторах U'_1 и U'_2 , если вольтметр не подключать? Приложенное напряжение $U = 12$ В.



Допустим, вы решили проверить закон последовательного соединения: общее напряжение равно сумме напряжений на отдельных участках последовательной сети.



Для этого вы измеряете вольтметром напряжение на первом резисторе, собрав схему 1, и напряжение на втором резисторе, собрав схему 2.

$$6 \text{ В} + 4 \text{ В} \neq 12 \text{ В}$$

$$U_1 + U_2 \neq U.$$

Причина такого странного результата в том, что вольтметр обладает сопротивлением. **Включение прибора в цепь приводит к изменению цепи, следовательно, изменению распределения токов и напряжений в цепи.**

При последовательном соединении напряжения на резисторах должны быть пропорциональны сопротивлениям, ибо токи в резисторах одинаковы:

$$I_1 = I_2 \Rightarrow \frac{U'_1}{R_1} = \frac{U'_2}{R_2} \Rightarrow \frac{U'_1}{U'_2} = \frac{R_1}{R_2}.$$

Задача сводится к нахождению отношения сопротивлений $\frac{R_1}{R_2}$.

Применим к схеме (1) законы последовательного и параллельного соединений. Ток через R_2 равен сумме токов через R_1 и вольтметр, а напряжение на R_2 равно разности общего напряжения и напряжения на вольтметре:

$$\begin{aligned} I_2 &= I_1 + I_{V1} \\ \frac{U - U_1}{R_2} &= \frac{U_1}{R_1} + \frac{U_1}{R_V} \\ \frac{U - U_1}{U_1 R_2} &= \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_V}. \end{aligned} \quad (1)$$

Аналогичные рассуждения проведем для схемы 2:

$$\begin{aligned} I_1 &= I_2 + I_{V2} \\ \frac{U - U_2}{R_1} &= \frac{U_2}{R_2} + \frac{U_2}{R_V} \\ \frac{U - U_2}{U_2 R_1} &= \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_V} \end{aligned} \quad (2)$$

Решаем совместно уравнения (1) и (2) с целью нахождения $\frac{R_1}{R_2}$.

Вычитаем из первого уравнения второе:

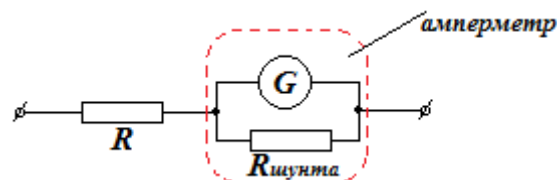
$$\begin{aligned} \frac{U - U_1}{U_1 R_2} - \frac{U - U_2}{U_2 R_1} &= \frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \\ \frac{U - U_1}{U_1 R_2} + \frac{1}{R_2} &= \frac{1}{R_1} + \frac{U - U_2}{U_2 R_1} \\ \frac{U}{U_1 R_2} &= \frac{U}{U_2 R_1} \\ \frac{R_1}{R_2} = \frac{U_1}{U_2} &= \frac{6}{4} = 1,5. \end{aligned}$$

Отношение напряжений на резисторах равно $\frac{U'_1}{U'_2} = 1,5$, а их сумма

$U'_1 + U'_2 = U = 12 \text{ В}$. Находим истинные напряжения на резисторах $U'_1 = 7,2 \text{ В}$,
 $U'_2 = 4,8 \text{ В}$.

Рассмотренный пример показывает, что истинные значения напряжений и токов в цепи могут заметно отличаться от токов и напряжений, измеренных приборами. Что необходимо сделать, чтобы свести к минимуму изменения токов и напряжений при включении приборов в цепь?

Последовательное включение гальванометра (амперметра) с целью измерения силы тока приводит к увеличению сопротивления участка цепи, и, следовательно, уменьшению тока. Понятно, что в этом случае сопротивление гальванометра должно быть как можно меньше. Идеальный амперметр имеет нулевое сопротивление – он не вносит изменений в цепь. Уменьшение сопротивления прибора достигается параллельным подключением резистора к гальванометру. Такой резистор называется шунтом.

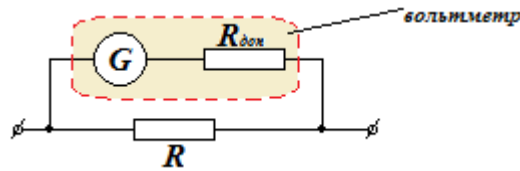


При измерении напряжения гальванометр, подключаемый параллельно участку цепи, уменьшает его сопротивление. Уменьшение сопротивления участка цепи, в свою очередь, ведет к изменению тока в цепи. Чтобы изменения в цепи свести к минимуму, сопротивление прибора необходимо сделать как можно больше:

$$\frac{1}{R_{\text{общ}}} = \frac{1}{R} + \frac{1}{R_G}$$

$$\text{если } R_G \rightarrow \infty, \text{ то } \frac{1}{R_G} \rightarrow 0 \Rightarrow \frac{1}{R_{\text{общ}}} \approx \frac{1}{R} \Rightarrow R_{\text{общ}} \approx R$$

Сопротивление гальванометра (вольтметра) увеличивают, подключая последовательно с прибором дополнительное сопротивление. Вольтметр называется идеальным, если его сопротивление бесконечно.



Таким образом, подключая к одному и тому же гальванометру шунт или дополнительное сопротивление, можно получить два электроизмерительных прибора – амперметр и вольтметр. Именно так и поступают в приборе, называемом мультиметром (старое название такого прибора - АВОметр; работая в разных режимах, этот прибор может измерять силу тока, напряжение или сопротивление).

Более того, меняя шунты или дополнительные сопротивления, можно изменять пределы измерения прибора.

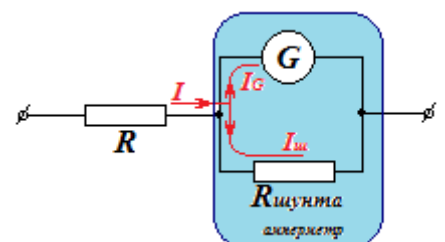
Пример 4

Гальванометр с сопротивлением $R_G = 120 \text{ Ом}$ дает отброс стрелки на всю шкалу при токе $I_G = 1,5 \text{ мкА}$. Как из этого гальванометра получить

- 1) амперметр с пределом измерения $I = 1 \text{ мА}$?
- 2) вольтметр с пределом измерения $U = 6 \text{ В}$?

Для того, чтобы гальванометр начал работать в режиме амперметра, необходимо подключить шунт параллельно прибору. При этом стрелка прибора должна отклоняться на всю шкалу при протекании по цепи тока $I = 1 \text{ мА}$.

Ток $I = 1 \text{ мА}$, текущий по цепи, в приборе делится на две части. Через гальванометр



идет ток $I_G = 1,5 \text{ мкА}$, остальная часть тока течет через шунт $I = I_G + I_{ш}$.

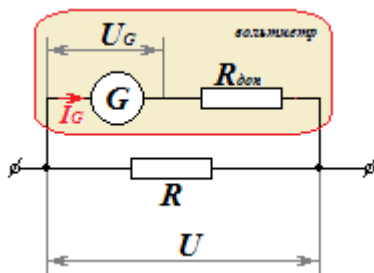
Ток через шунт можно рассчитать на основании закона Ома $I_{ш} = \frac{U_{ш}}{R_{ш}}$.

Напряжение на шунте и гальванометре одинаково, для его нахождения применяем к гальванометру закон Ома $U_{ш} = U_G = I_G \cdot R_G$. Тогда

$$I = I_G + \frac{I_G \cdot R_G}{R_{ш}}$$

Сопротивление шунта равно $R_{ш} = \frac{I_G \cdot R_G}{I - I_G} = \frac{1,5 \cdot 10^{-6} \cdot 120}{10^{-3} - 1,5 \cdot 10^{-6}} \approx 0,18 \text{ (Ом)}$.

Для того, чтобы гальванометр работал в качестве вольтметра, последовательно к нему подключаем дополнительное сопротивление.



При напряжении $U = 6 \text{ В}$ на участке цепи, к которому подключен вольтметр, стрелка гальванометра отклоняется на всю шкалу, т.е. по прибору течет ток $I_G = 1,5 \text{ мкА}$. Общее напряжение U делится в вольтметре на две части

$$U = U_G + U_{дон}$$

Напряжения на гальванометре и дополнительном сопротивлении находим на основании закона Ома

$$U = I_G \cdot R_G + I_G \cdot R_{дон}$$

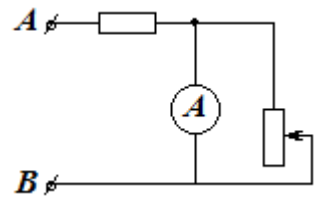
Дополнительное сопротивление равно

$$R_{дон} = \frac{U - I_G \cdot R_G}{I_G} = \frac{U}{I_G} - R_G = \frac{6}{1,5 \cdot 10^{-6}} - 120 \approx 4 \cdot 10^6 \text{ (Ом)}$$

4.4 Задачи для самостоятельного решения

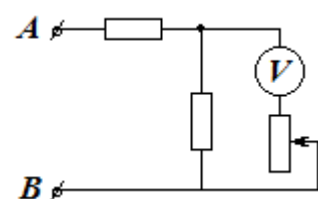
Задача 1

Цепь составлена из резистора, реостата и *идеального* амперметра. Напряжение между клеммами А и В постоянно. Как изменятся показания амперметра, если ползунок реостата перемещать вверх?



Задача 2

Цепь составлена из двух резисторов, реостата и *идеального* вольтметра. Напряжение между клеммами А и В постоянно. Как изменятся показания вольтметра, если ползунок реостата перемещать вниз?



Задача 3

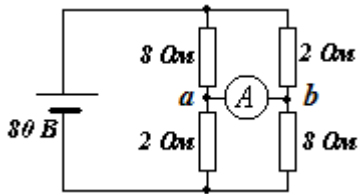
Шкала гальванометра имеет 100 делений, цена деления равна 1 мкА, сопротивление гальванометра равно 180 Ом. Как из этого гальванометра сделать вольтметр с пределом измерения 30 В? Как из гальванометра сделать амперметр с пределом измерения 150 мА?

5 Перемычки в электрических цепях

Перемычкой или *коротким замыканием* называют участок цепи, сопротивление которого стремится к нулю $R \rightarrow 0$. В общем случае через перемычку может течь ток. Как рассчитать токи в цепи, содержащей перемычку?

Рассмотрим конкретный пример – необходимо рассчитать токи в резисторах и определить показания идеального амперметра.

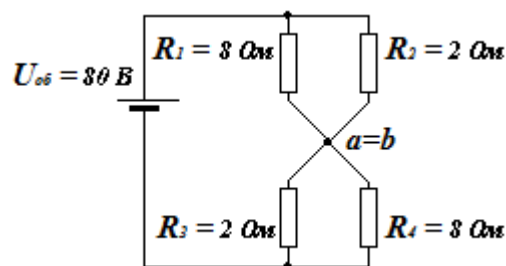
Понятно, что эту цепь нельзя представить как комбинацию последовательного и параллельного соединения.



Если амперметр идеальный, его сопротивление равно нулю $R_a = 0$. Напряжение или разность потенциалов на участке ab , содержащем амперметр, может быть найдено из закона Ома для участка цепи

$$\varphi_a - \varphi_b = U_{ab} = I_a \cdot R_a = 0.$$

Таким образом, точки a и b имеют равные потенциалы $\varphi_a = \varphi_b$. Точки равных потенциалов можно соединять – это не приводит к перераспределению токов в цепи. Эквивалентная схема выглядит следующим образом



После преобразования цепи, видим, что резисторы R_1 и R_2 , R_3 и R_4 соединены параллельно. Участки цепи, содержащие R_1 и R_2 , R_3 и R_4 соединены последовательно.

$$R_{12} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} = \frac{2 \cdot 8}{2 + 8} = 1,6 \text{ (Ом)}$$

$$R_{34} = \frac{R_3 R_4}{R_3 + R_4} = \frac{2 \cdot 8}{2 + 8} = 1,6 \text{ (Ом)}$$

$$R_{o\bar{o}} = R_{12} + R_{34} = 3,2 \text{ (Ом)}.$$

Ток в неразветвленной части цепи $I_{o\bar{o}} = \frac{U_{o\bar{o}}}{R_{o\bar{o}}} = \frac{80}{3,2} = 25 \text{ (А)}$.

Напряжение $U_{12} = U_{34} = I_{o\bar{o}} \cdot R_{12} = 25 \cdot 1,6 = 40 \text{ (В)}$.

Токи в ветвях

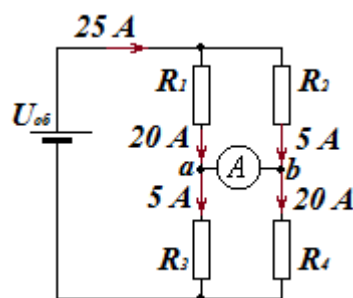
$$I_1 = \frac{U_{12}}{R_1} = \frac{40}{2} = 20 \text{ (А)}$$

$$I_2 = \frac{U_{12}}{R_2} = \frac{40}{8} = 5 \text{ (А)}$$

$$I_3 = \frac{U_{34}}{R_3} = \frac{40}{8} = 5 \text{ (А)}$$

$$I_4 = \frac{U_{34}}{R_4} = \frac{40}{2} = 20 \text{ (А)}.$$

Нанесем найденные токи на исходную схему:



В узел a входит ток $I_1 = 20 \text{ А}$, выходит ток $I_3 = 5 \text{ А}$. На основании первого закона Кирхгофа находим ток, текущий через амперметр

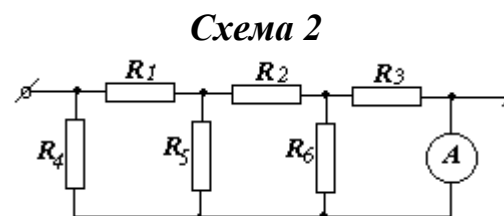
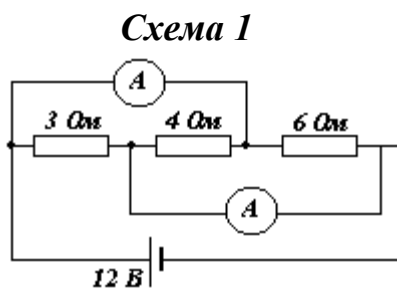
$$I_a = I_1 - I_3 = 20 - 5 = 15 \text{ (А)}.$$

Подведем итог

- 1 Через переключку в цепи в общем случае течет ток.
- 2 Концы участка цепи, содержащего переключку, являются точками равных потенциалов.
- 3 Точки равных потенциалов можно сомкнуть, тем самым преобразовав исходную цепь.
- 4 Рассчитав токи через резисторы по эквивалентной схеме, наносим их на исходную схему.
- 5 Ток через переключку находим, используя первый закон Кирхгофа.

5.1 Задания для самостоятельного решения

Найдите распределение токов и напряжений в цепях. Какой ток течет через амперметры или переключки в этих цепях? Амперметры считайте идеальными.



$$R_1 = 3 \text{ Ом}; R_2 = 9 \text{ Ом}; R_3 = R_4 = R_6 = 6 \text{ Ом}; \\ R_5 = 4 \text{ Ом}; U_{\text{оо}} = 12 \text{ Ом}$$

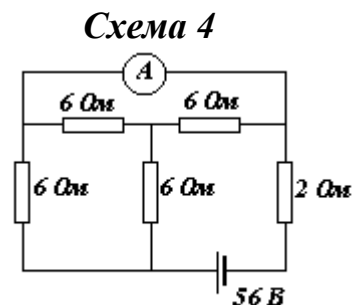
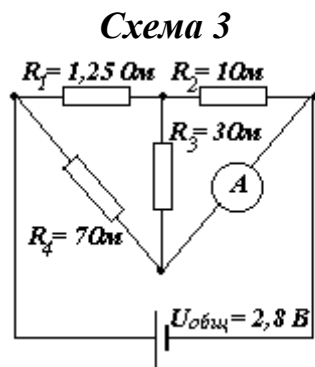


Схема 5

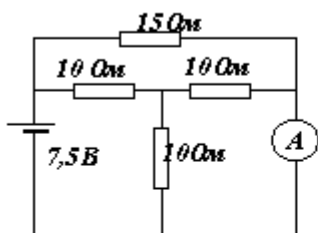


Схема 6

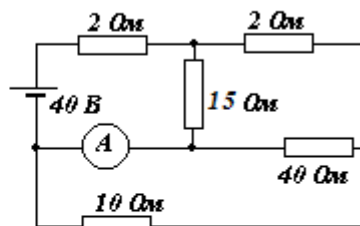
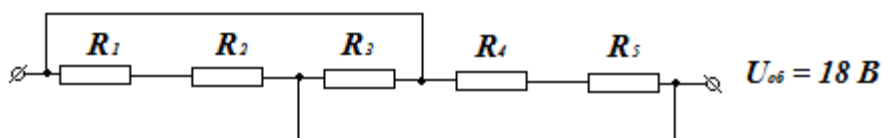
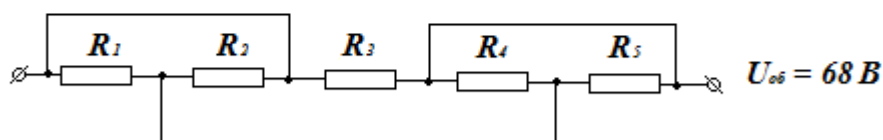


Схема 7



$R_1 = 12 \text{ Ом}; R_2 = 18 \text{ Ом}; R_3 = 60 \text{ Ом}; R_4 = 7 \text{ Ом}; R_5 = 13 \text{ Ом}$ $U_{\text{вх}} = 18 \text{ В}$

Схема 8



$R_1 = 12 \text{ Ом}; R_2 = 8 \text{ Ом}; R_3 = 60 \text{ Ом}; R_4 = 40 \text{ Ом}; R_5 = 16 \text{ Ом}$ $U_{\text{вх}} = 68 \text{ В}$

Схема 9 (Российская олимпиада, 2001 год, 9 класс)

Электрическая цепь составлена из семи последовательно соединенных резисторов: $R_1 = 1 \text{ кОм}$, $R_2 = 2 \text{ кОм}$, $R_3 = 3 \text{ кОм}$, $R_4 = 4 \text{ кОм}$, $R_5 = 5 \text{ кОм}$, $R_6 = 6 \text{ кОм}$, $R_7 = 7 \text{ кОм}$. Входное напряжение $U = 53,2 \text{ В}$. Укажите, в каком из резисторов сила тока минимальна. Найдите эту силу тока. В какой из резисторов сила тока максимальна? Найдите эту силу тока.

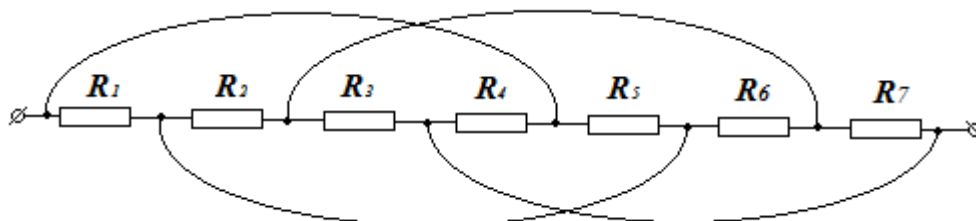
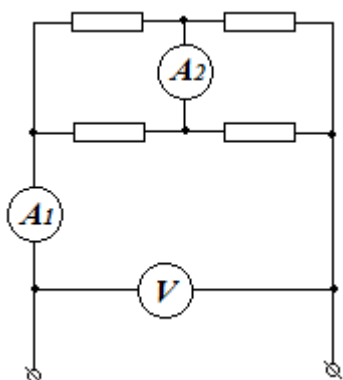


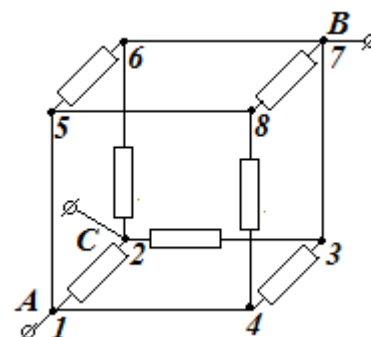
Схема 10 (Российская олимпиада, 1997 год, 9 класс)



В цепи, которая изображена на рисунке, амперметр A_2 показывает силу тока 2 А. Найдите показание амперметра A_1 , если известно, что резисторы имеют сопротивления 1 Ом, 2 Ом, 3 Ом и 4 Ом, а вольтметр V показывает напряжение 10 В. Все приборы считать идеальными.

Схема 11 Проволочный куб (Всероссийская олимпиада, 2011 год, 9 класс)

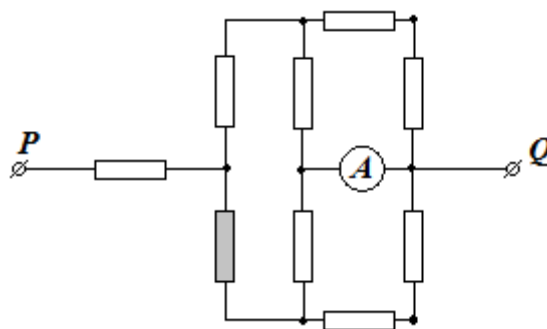
В семь ребер проволочного куба впаяны одинаковые резисторы с сопротивлением R . Сопротивления проводников в остальных ребрах пренебрежимо малы. Между клеммами A и B приложено напряжение U .



- Найдите силу тока I_{AB} и сопротивление куба R_{AB} между клеммами A и B ;
- Определите, в каком из ребер сила тока максимальна и чему она равна;
- Пусть напряжение приложено между клеммами A и C . Определите силу тока I_{AC} и сопротивление куба R_{AC} .

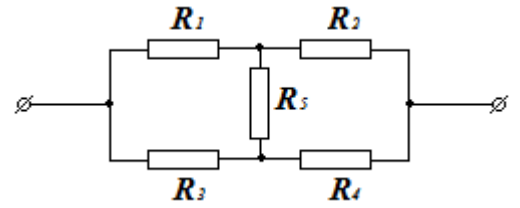
Схема 12 Симметричная схема (Всероссийская олимпиада, 2008 год, 10 класс)

В электрической цепи амперметр показывает силу тока $I_1 = 32$ мА. Сопротивление всех резисторов одинаково и равно R . Вычислите силу тока I_x , который будет идти через амперметр, если перегорит заштрихованный на схеме резистор. Напряжение, подаваемое на разъемы P и Q цепи, постоянно. Амперметр считайте идеальным.

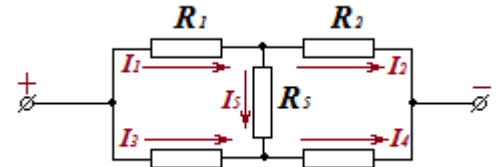


6 Мостовая схема

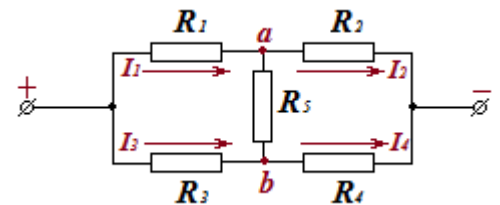
Мостовая схема – это цепь, составленная из пяти резисторов (потребителей тока), соединенных так, как показано на рисунке. Очевидно, что мост невозможно представить как комбинацию последовательного и параллельного соединений.



При подключении к источнику тока по всем пяти резисторам в общем случае течет ток.



Если ток в резисторе R_5 отсутствует $I_5 = 0$, мост называется сбалансированным. Тогда согласно первому закону Кирхгофа

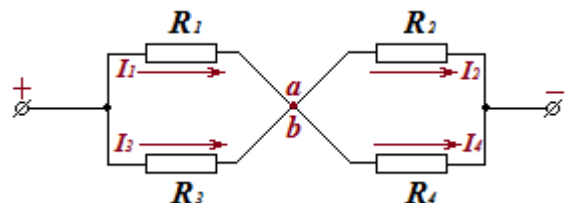


$$I_1 = I_2 \quad I_3 = I_4 . \quad (3)$$

Напряжение на резисторе R_5 или разность потенциалов между точками a и b найдем на основании закона Ома для участка цепи

$$\varphi_a - \varphi_b = U_5 = I_5 \cdot R_5 = 0 .$$

Это означает, что потенциалы точек a и b равны $\varphi_a = \varphi_b$. Точки равных потенциалов можно соединить. В этом случае мостовая схема преобразуется к виду



Резисторы R_1 и R_3 , R_2 и R_4 соединены параллельно. При параллельном соединении напряжения на отдельных ветвях одинаковые:

$$\begin{cases} U_1 = U_3 \\ U_2 = U_4. \end{cases}$$

Рассчитаем каждое напряжение через соответствующий ток и сопротивление

$$\begin{cases} I_1 R_1 = I_3 R_3 \\ I_2 R_2 = I_4 R_4. \end{cases}$$

Разделим полученные уравнения почленно

$$\frac{I_1 R_1}{I_2 R_2} = \frac{I_3 R_3}{I_4 R_4}.$$

С учетом равенства токов (3) выражение преобразуется к виду

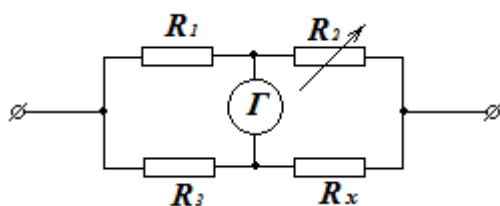
$$\frac{R_1}{R_2} = \frac{R_3}{R_4} \quad \text{или} \quad \frac{R_1}{R_3} = \frac{R_2}{R_4}. \quad (4)$$

Выражение (4) – это условие сбалансированности моста.

Важно! Условие сбалансированности не зависит от величины резистора R_5 и напряжения, подаваемого на мостовую схему.

Мостовая схема может быть использовано для определения неизвестного сопротивления. Для этого неизвестный резистор R_x включают в одно из плеч моста, резистор R_5 заменяют на гальванометр, а резистор R_2 делают переменным.

Изменяя сопротивление R_2 , добиваются того, чтобы ток через гальва-



нометр оказывался равным нулю.

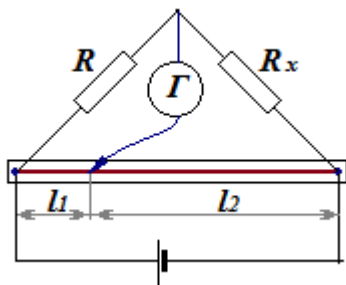
Тогда можно записать условие сбалансированности моста

$$\frac{R_1}{R_3} = \frac{R_2}{R_x}.$$

Неизвестное сопротивление равно

$$R_x = \frac{R_2 R_3}{R_1}.$$

Для определения неизвестного сопротивления можно усовершенствовать мост Уитстона, используя реохорд - прямую калиброванную проволоку, по которой скользил контакт, образующий два плеча.



Перемещая подвижный контакт реохорда, добиваются сбалансированности моста. В этом случае

$$\frac{R}{R_1} = \frac{R_x}{R_2}.$$

Сопротивления частей реохорда зависят от длины проволоки

$$\begin{aligned} \frac{R}{\rho l_1 / S} &= \frac{R_x}{\rho l_2 / S} \\ \frac{R}{l_1} &= \frac{R_x}{l_2} \\ R_x &= R \frac{l_2}{l_1}. \end{aligned}$$

Мостовой метод – достаточно точный метод определения сопротивления. Относительная погрешность определения R_x находится как

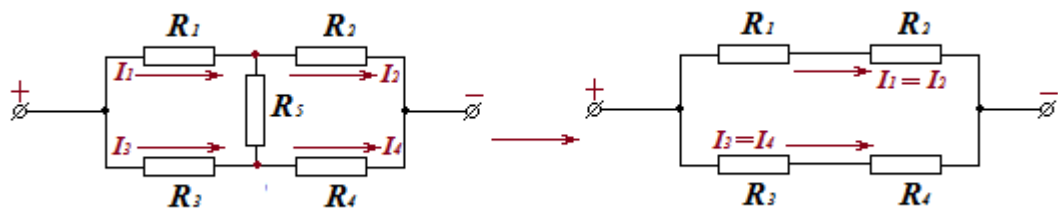
$$\varepsilon^2 = \varepsilon_R^2 + \varepsilon_1^2 + \varepsilon_2^2 = \left(\frac{\Delta R}{R} \right)^2 + \left(\frac{\Delta l_1}{l_1} \right)^2 + \left(\frac{\Delta l_2}{l_2} \right)^2.$$

Если в качестве R использовать прецизионный резистор (высокоточный, относительная погрешность не превышает 1%), то точность определения R_x будет зависеть исключительно от точности определения длин l_1 и l_2 .

Линейка реохорда, как правило, имеет миллиметровые деления, следовательно, абсолютная погрешность измерения длин не превышает цены деления $\Delta l \approx 1$ мм. Если длины l_1 и l_2 порядка 10 см, то точность определения длин оказывается порядка $\varepsilon = \frac{\Delta l}{l} \approx \frac{1 \text{ мм}}{100 \text{ мм}} \approx 0,01$ ($\square 1\%$).

Точность определения неизвестного сопротивления оказывается порядка $\varepsilon = \sqrt{\varepsilon_R^2 + \varepsilon_1^2 + \varepsilon_2^2} \approx \sqrt{1^2 + 1^2 + 1^2} \approx 1,7$ (%).

Токи в плечах *сбалансированного* моста можно рассчитать, выбросив резистор, через который ток не течет.



При параллельном соединении напряжение на отдельных ветвях одинаково $U_{1,2} = U_{3,4} = U$. Токи в ветвях равны

$$I_1 = I_2 = \frac{U}{R_1 + R_2} \quad I_3 = I_4 = \frac{U}{R_3 + R_4}.$$

Если мост не сбалансирован, то для нахождения токов в отдельных участках цепи используют законы Кирхгофа или прием замены соединения «треугольник» на соединение «звезда».

6.1 Задания для самостоятельного решения

Задание 1

- 1 Какая из схем на рисунке содержит мост?
- 2 Какая из мостовых схем является сбалансированной?

Схема 1

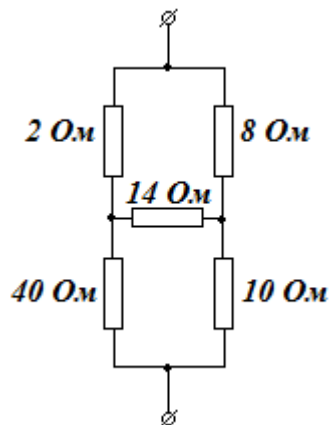


Схема 2

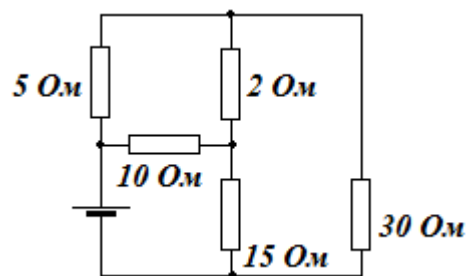


Схема 3

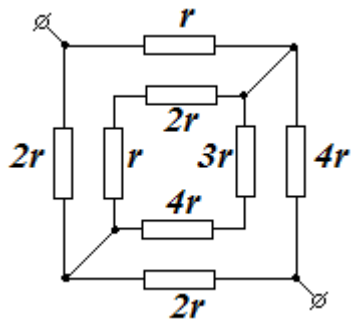
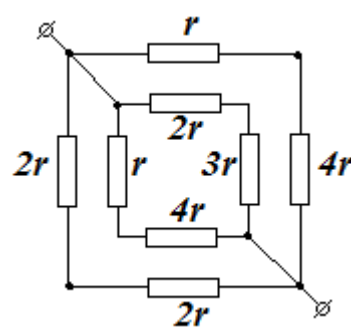
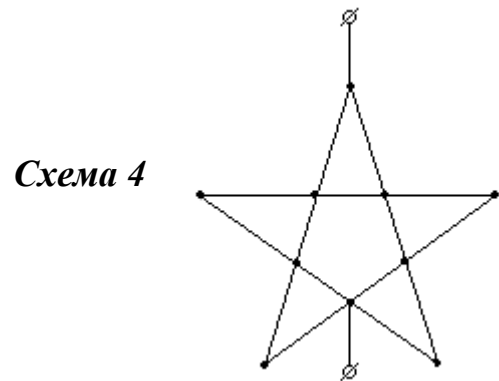
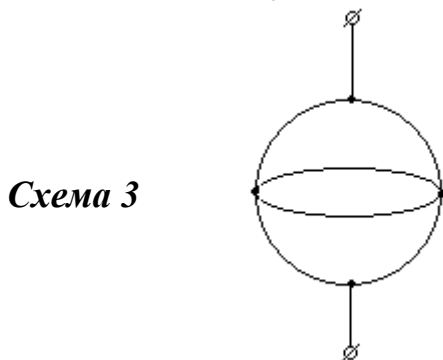
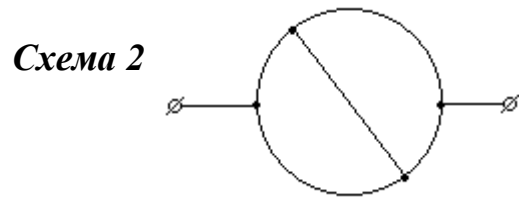
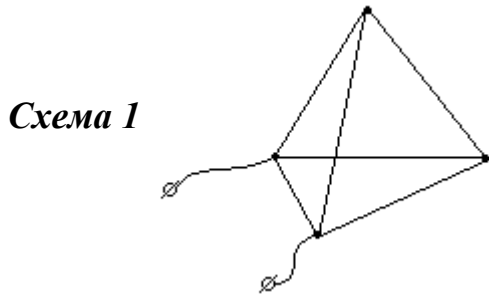


Схема 4

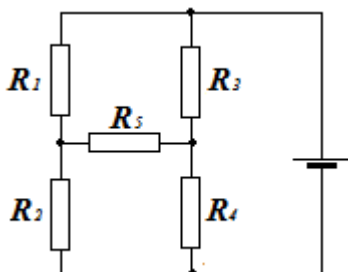


Задание 2 Из проволоки изготовлены каркасы. Сопротивление между всеми соседними узлами одинаково и равно r . Какой из каркасов представляет собой мост или содержит мост? Какой из найденных вами мостов сбалансирован?



Задание 3

Найдите распределение токов и напряжений в цепи. Общее напряжение $U_{об} = 80$ В.



- $R_1 = 3 \text{ Ом}$
- $R_2 = 7 \text{ Ом}$
- $R_3 = 24 \text{ Ом}$
- $R_4 = 56 \text{ Ом}$
- $R_5 = 9,625 \text{ Ом}$

7 Симметричные цепи

Слово симметрия (συμμετρία) греческого происхождения, в буквальном смысле симметрия – это соразмерность. Под симметрией в геометрии понимают такие преобразования пространства, которые сохраняют свойства фигур (размеры, форму и так далее).



осевая симметрия



центральная симметрия

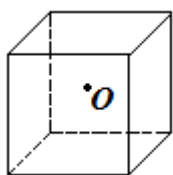


зеркальная симметрия

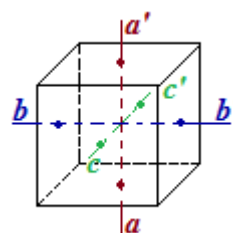


Вращательная симметрия

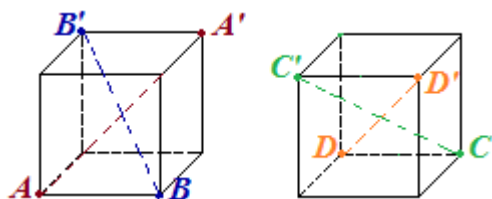
В электрических цепях точно так же, как в геометрических фигурах, может наблюдаться симметрия. Например, из одинаковой проволоки изготовили проволочный каркас в форме куба. С точки зрения геометрии куб обладает всеми перечисленными видами симметрии.



Точка O – центр симметрии

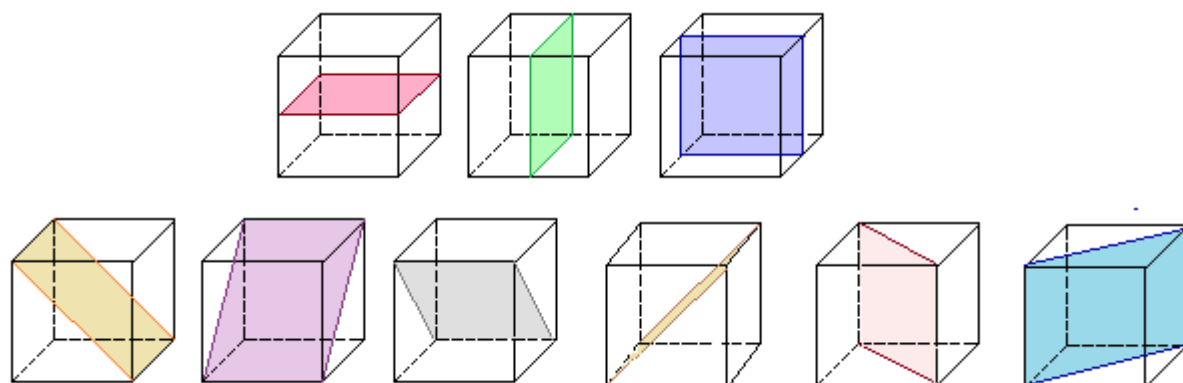


Три оси симметрии – aa' , bb' , cc'



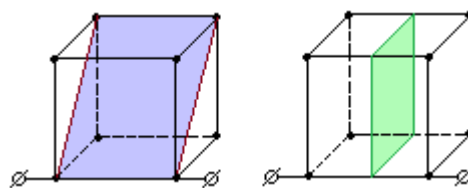
Четыре вращательных оси симметрии – AA' , BB' , CC' , DD' .

Девять (!) плоскостей симметрии:

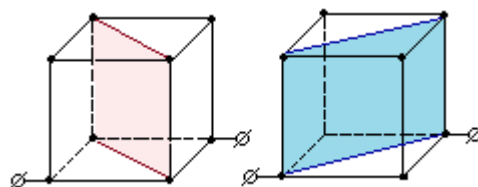


Однако при включении каркаса в цепь будут реализовываться не все виды симметрии, возможные с точки зрения геометрии куба. Например:

1) кубический каркас подключен к источнику за две ближайшие вершины



2) каркас подключен к источнику за две диагонально расположенные вершины одной грани

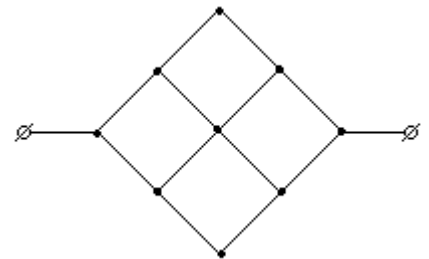


Очевидно, *в симметричных участках цепи текут одинаковые токи!*

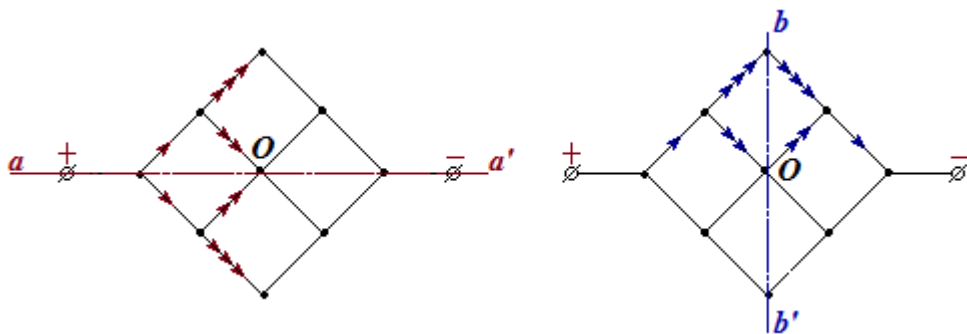
Как правило, задача сводится к определению общего сопротивления цепи. Какие приемы можно расчета цепи можно использовать, если цепь не является элементарной комбинацией последовательного и параллельного соединений?

7.1 Примеры решения задач

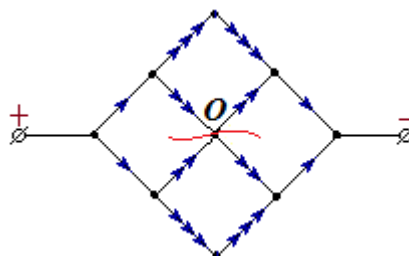
Пример 1 Найдите сопротивление проводочного каркаса, если сопротивление между двумя любыми узлами равно R .



Каркас обладает двумя осями симметрии – aa' , bb' :

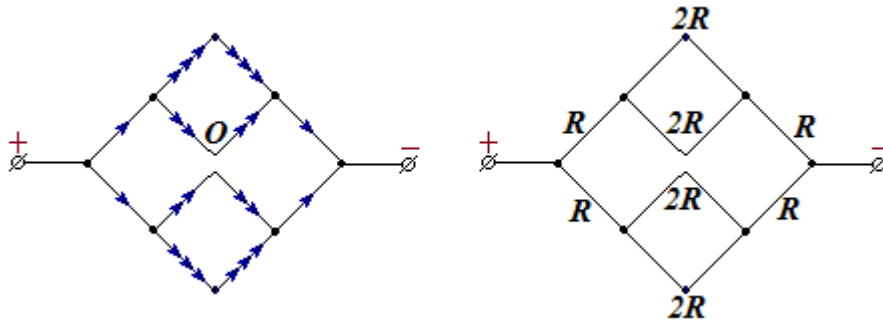


Симметричные относительно aa' и bb' проводники отмечены на схемах. По симметричным проводникам текут одинаковые токи. Обобщая два рисунка, получаем





Видим, что в узле O не происходит перетекания тока из нее части цепи в нижнюю часть. **Узел можно разорвать, если это не приводит к изменению токов в цепи.**



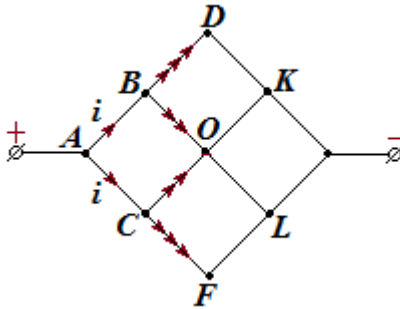
Сопротивление верхней ветви $R_{\text{верхн.}} = R + \frac{2R}{2} + R = 3R$. Сопротивление

нижней ветви такое же.

Общее сопротивление каркаса $R_{\text{об}} = \frac{R_{\text{верхн.}}}{2} = \frac{3R}{2} = 1,5R$.

Этот же результат можно получить другим способом.

В силу симметрии токи в участках AB и AC одинаковые.



$$\left. \begin{array}{l} U_{AB} = i \cdot R \\ U_{AC} = i \cdot R \end{array} \right| \Rightarrow U_{AB} = U_{AC} \Rightarrow (\varphi_A - \varphi_B) = (\varphi_A - \varphi_C) \Rightarrow \varphi_B = \varphi_C.$$

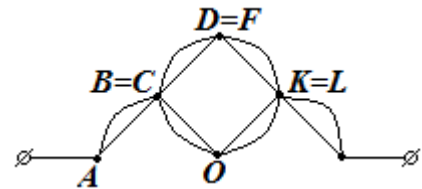
Точки B и C имеют одинаковые потенциалы. Аналогично одинаковые потенциалы имеют точки D и F , K и L .



Точки одинаковых потенциалов можно соединять.

Сопротивление между любыми соседними узлами равно $R/2$.

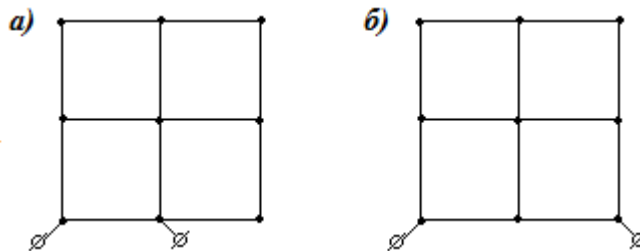
Общее сопротивление каркаса равно



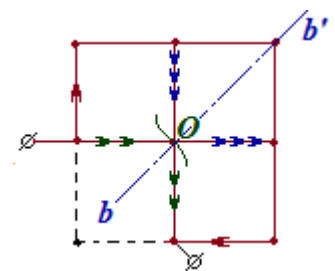
$$R_{оо} = \frac{R}{2} + \frac{\frac{R}{2} + \frac{R}{2}}{2} + \frac{R}{2} = \frac{3R}{2} = 1,5R.$$

Пример 2

Найдите сопротивление проволочного каркаса, если сопротивление между двумя любыми узлами равно R .

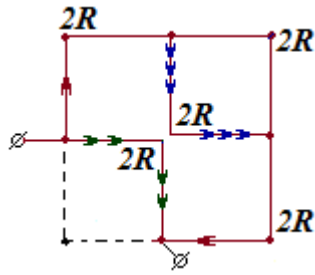


а) Понятно, что цепь в целом симметрией не обладает. Однако можно выделить участок цепи, для которого можно обнаружить ось симметрии.



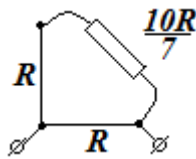
Показываем одинаковые токи в симметричных относительно оси bb' оси. Видно, что в узле O нет перетекания тока из левой нижней части цепи в правую верхнюю часть. Узел O можно разорвать.

Сопротивление рассматриваемого участка цепи R'



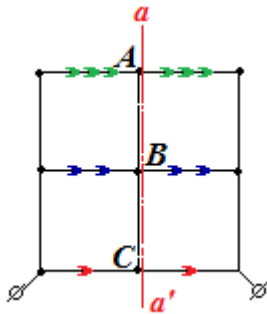
$$R' = \frac{\left(2R + \frac{2R}{2} + 2R\right) \cdot 2R}{\left(2R + \frac{2R}{2} + 2R\right) + 2R} = \frac{10R}{7}.$$

Возвращаемся к исходной цепи, заменив рассмотренный выше участок на резистор сопротивлением $R' = \frac{10R}{7}$.

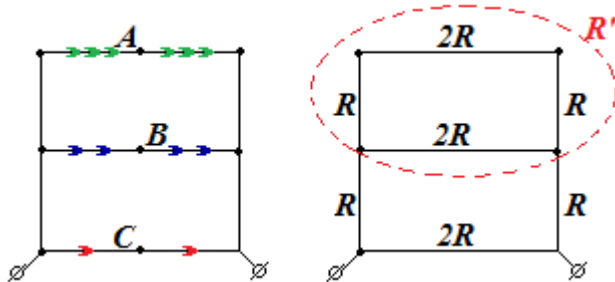


$$R_{об} = \frac{\left(R + \frac{10R}{7}\right) \cdot R}{\left(R + \frac{10R}{7}\right) + R} = \frac{17R}{24}$$

б) Цепь обладает одной осью симметрии aa' .

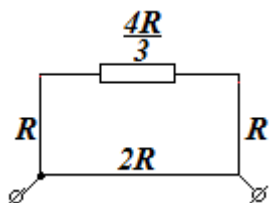


Расставив токи в симметричных резисторах, видим, что перетекания тока в резисторах AB и BC нет. По этой причине участок ABC можно выбросить.



$$R' = \frac{(R + 2R + R) \cdot 2R}{(R + 2R + R) + 2R} = \frac{8R}{6} = \frac{4R}{3}.$$

Находим общее сопротивление цепи

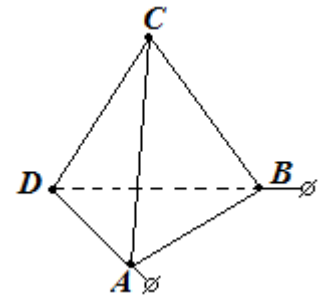


$$R_{об} = \frac{\left(R + \frac{4R}{3} + R\right) \cdot 2R}{\left(R + \frac{4R}{3} + R\right) + 2R} = \frac{20R}{12} = \frac{5R}{3}.$$

Пример 3

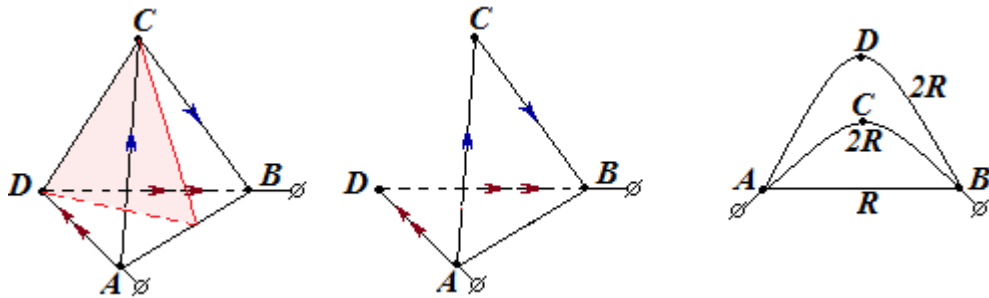
Найдите сопротивление проволочного каркаса, если сопротивление между двумя любыми узлами равно R .

Рассуждать можно разными способами.



1 способ

Плоскость, проходящая через ребро DC и середину ребра AB , является плоскостью симметрии. По симметричным проводникам текут одинаковые по величине токи.



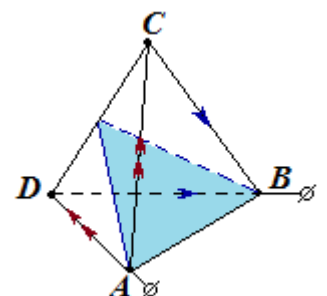
Видим, что перетекания тока из плоскости ABD в плоскость ABC по ребру DC не происходит. Следовательно, ребро DC можно из цепи «выбросить». Получаем параллельное соединении трех ветвей.

$$\frac{1}{R_{об}} = \frac{1}{R} + \frac{1}{2R} + \frac{1}{2R} = \frac{4}{2R}$$
$$R_{об} = \frac{R}{2}.$$

2 способ

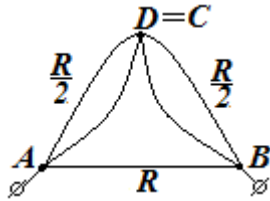
Плоскостью симметрии является плоскость, проходящая через ребро AB и середину ребра DC .

Токи в симметричных относительно этой плоскости ребрах одинаковые.



$$\left. \begin{array}{l} U_{AD} = i \cdot R \\ U_{AC} = i \cdot R \end{array} \right\} \Rightarrow U_{AD} = U_{AC} \Rightarrow (\varphi_A - \varphi_D) = (\varphi_A - \varphi_C) \Rightarrow \varphi_D = \varphi_C.$$

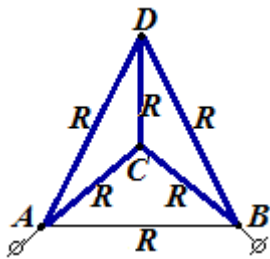
Точки D и C имеют одинаковые потенциалы. Это означает, что через ребро DC ток не течет. Узлы D и C можно сомкнуть, выбросив ребро DC .



$$R_{об} = \frac{\left(\frac{R}{2} + \frac{R}{2}\right) \cdot R}{\left(\frac{R}{2} + \frac{R}{2}\right) + R} = \frac{R}{2}.$$

3 способ

«Уберем» объем, сплющим пирамиду.



Нетрудно видеть, что в состав цепи входит сбалансированный мост

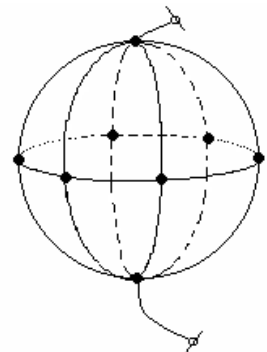
$$\frac{R_{AC}}{R_{AD}} = \frac{R_{CB}}{R_{DB}}.$$

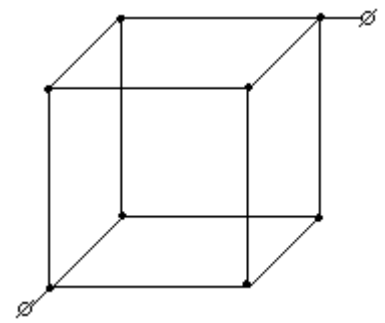
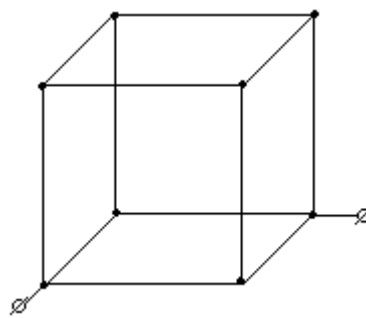
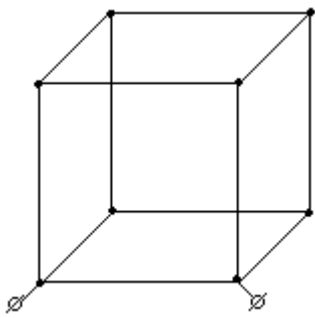
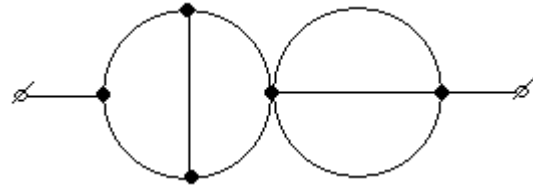
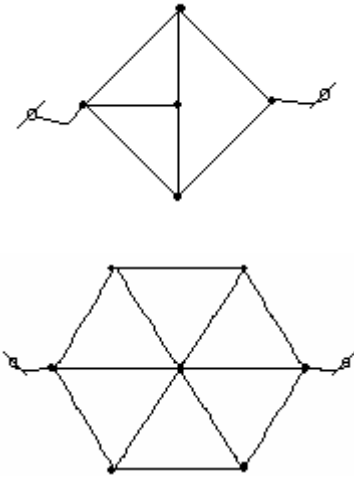
Это значит, что через участок CD ток не течет.

Выбросив ребро DC , получаем цепь, рассмотренную в случае 1.

7.2 Задания для самостоятельного решения

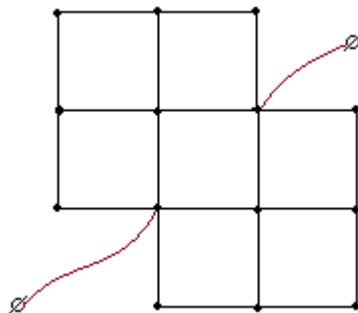
1 Найдите сопротивление проволочного каркаса, если сопротивление между двумя любыми узлами равно R .





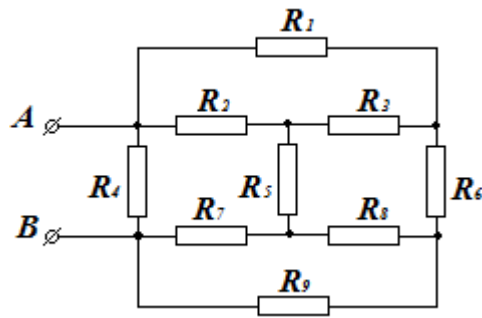
2 Сетка (Всероссийская олимпиада, 2002 год, 9 класс)

Электрическая цепь состоит из одинаковых проводников сопротивлением $R = 7$ Ом, образующих сетку. К узлам A и B подключен омметр. Вычислите его показания.



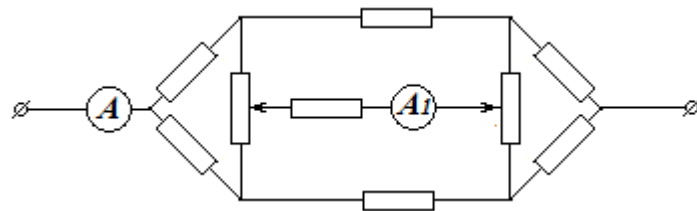
3 Запутанная схема (Всероссийская олимпиада, 2002 год, 9 класс)

Найдите сопротивление R_{AB} цепи между точками A и B . Сопротивления всех резисторов одинаковы и равны $R = 5$ Ом.



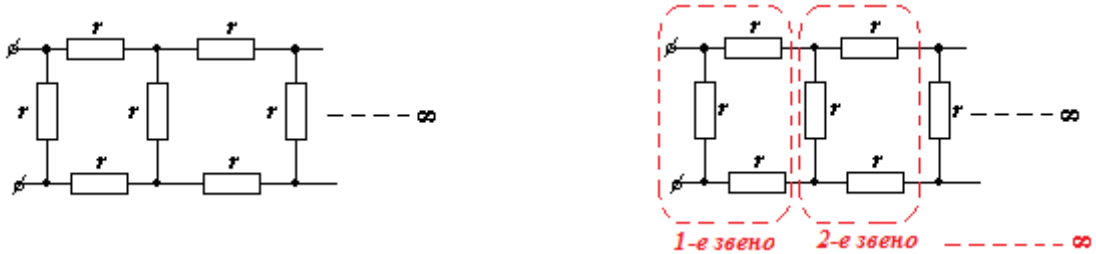
4 Симметричная схема (Всероссийская олимпиада, 2008 год, 9 класс)

В электрической цепи сила тока, текущего через амперметр A равна I_0 . Сопротивление всех резисторов одинаково и равно R . Вычислите силу тока I_1 , идущего через амперметр A_1 . Подвижные контакты переменных резисторов установлены так, что сопротивление от них до соответствующих выводов резистора равно $R/2$. Амперметры идеальные.



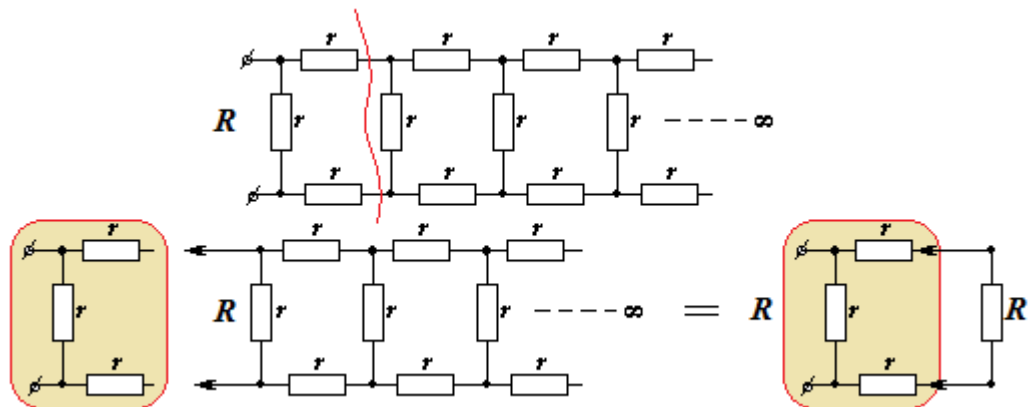
8 Бесконечные цепи

Очень длинная цепочка составлена из одинаковых резисторов сопротивлением r каждый. Необходимо определить сопротивление цепочки.



Нетрудно видеть, что цепь составлена из одинаковых звеньев

Поскольку цепочка бесконечная, отрыв одного звена не приводит к изменению цепи. Если сопротивление исходной цепи равно R , то после отрыва первого звена получаем такую же цепь с тем же сопротивлением R .



Сопротивление эквивалентной цепи равно

$$R = \frac{r \cdot (r + R + r)}{r + (r + R + r)} = \frac{r \cdot (2r + R)}{3r + R}.$$

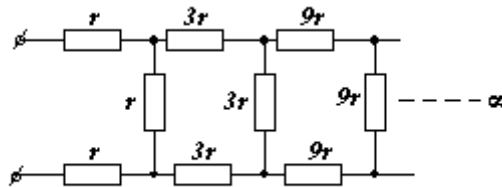
Решаем квадратное уравнение и находим сопротивление цепи R

$$R \cdot (3r + R) = r \cdot (2r + R)$$

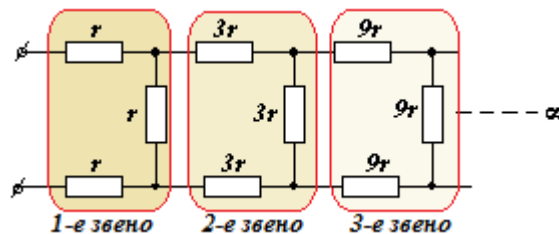
$$R^2 + 2Rr - 2r^2 = 0$$

$$R = r(\sqrt{3} - 1).$$

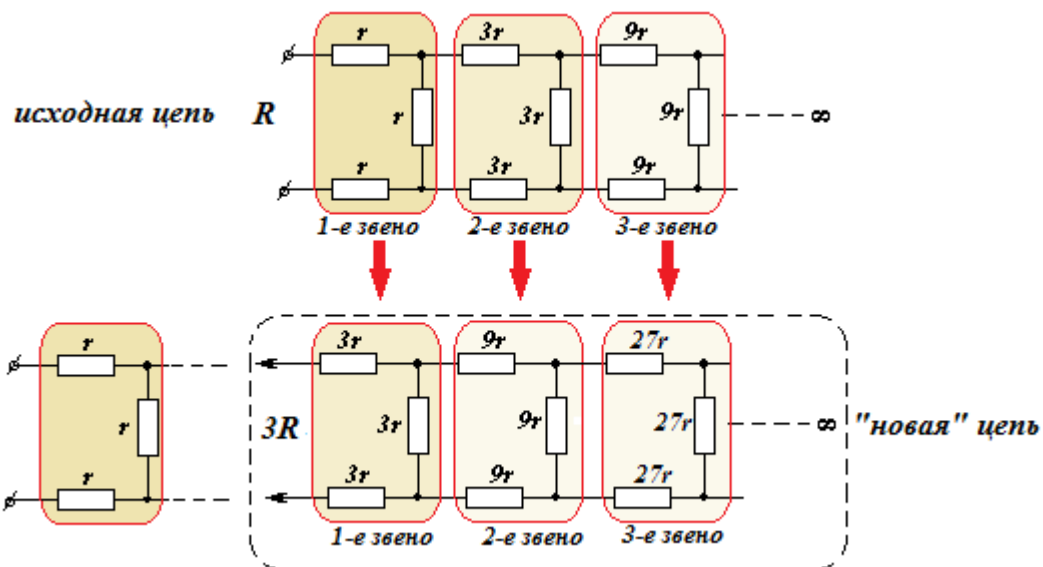
Найдем сопротивление другой бесконечной цепочки.



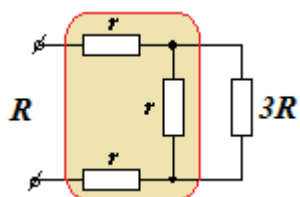
Звенья этой цепи разные – у каждого следующего звена сопротивления всех элементов втрое больше сопротивления соответствующих элементов предыдущего звена.



Оторвем первое звено цепи. Новая цепь тоже бесконечная, но сопротивления всех элементов новой цепи в три раза больше сопротивлений соответствующих элементов исходной цепи. Поскольку сопротивление бесконечной цепи пропорционально сопротивлению одного элемента r , то общее сопротивление «новой» цепи втрое больше сопротивления исходной цепи:



Эквивалентная цепь состоит из первого звена исходной цепи и общего сопротивления «новой» цепи $3R$:



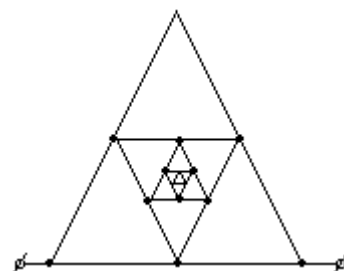
$$R = r + \frac{r \cdot 3R}{r + 3R} + r$$

$$R \cdot (r + 3R) = 2r \cdot (r + 3R) + r \cdot 3R$$

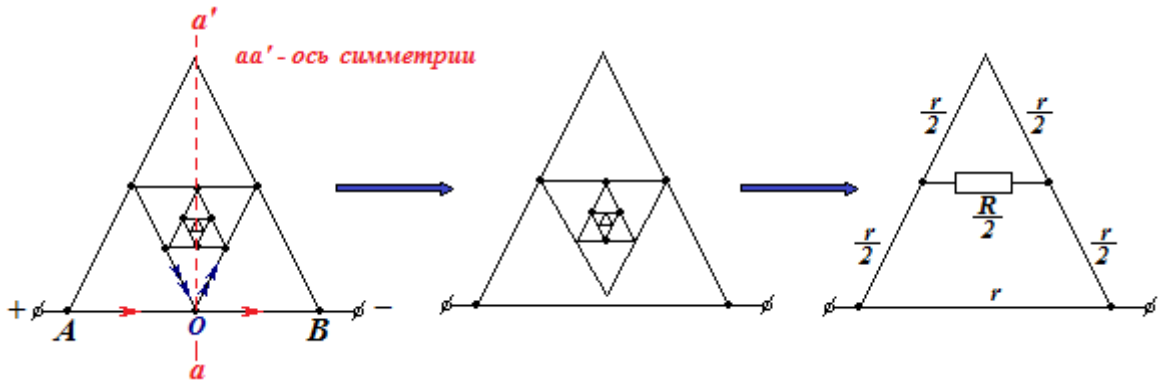
$$3R^2 - 8Rr - 2r^2 = 0$$

$$R = \frac{r}{3} (4 + \sqrt{22}).$$

Пусть цепь представляет собой проволочный каркас, составленный из очень большого числа звеньев в виде правильных треугольников. Требуется рассчитать сопротивление каркаса, если максимальная длина стороны треугольника равна l , а сопротивление единицы длины проволоки ρ .



Кроме того, что цепь бесконечная, она еще и симметричная. В симметричных участках цепи текут одинаковые токи. Нетрудно видеть, что в узле O нет перетекания тока из малого треугольника в ребро AB . Следовательно, узел O можно разорвать – это не приведет к изменению токов в цепи.



Малый треугольник с большим числом звеньев имеет вдвое меньшие размеры в сравнении с исходной цепью. Как известно, сопротивление проводника пропорционально его длине. Если сопротивление исходной цепи равно R , то сопротивление внутренней части вдвое меньше и равно $R/2$.

Находим сопротивление верхней ветви

$$R_1 = \frac{r}{2} + \frac{\left(\frac{r}{2} + \frac{r}{2}\right) \cdot \frac{R}{2}}{\left(\frac{r}{2} + \frac{r}{2}\right) + \frac{R}{2}} + \frac{r}{2} = r + \frac{Rr}{2r + R} = \frac{2r^2 + 2rR}{2r + R}.$$

Общее сопротивление цепи

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{r} = \frac{2r + R}{2r^2 + 2rR} + \frac{1}{r} = \frac{4r + 3R}{2r^2 + 2rR}.$$

Решаем уравнение и находим сопротивление исходной бесконечной цепи:

$$R = \frac{r}{3}(\sqrt{7} - 1).$$

С учетом того, что $r = \rho l$, сопротивление цепи равно $R = \frac{\rho l}{3}(\sqrt{7} - 1)$.

8.1 Задачи для самостоятельного решения

Определите общее сопротивление бесконечных цепочек.

Схема 1

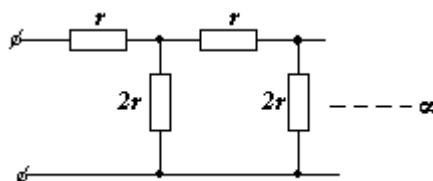


Схема 2

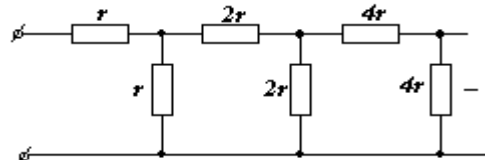


Схема 3

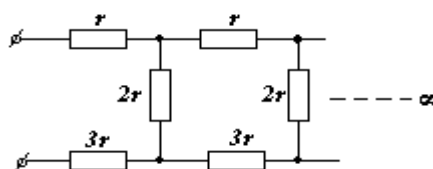
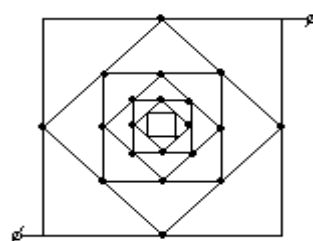


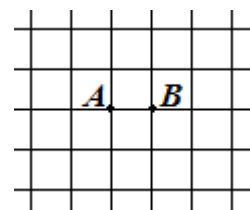
Схема 4



Сопротивление единицы длины проволоки, из которой изготовлен каркас, равно ρ . Сторона большого квадрата l .

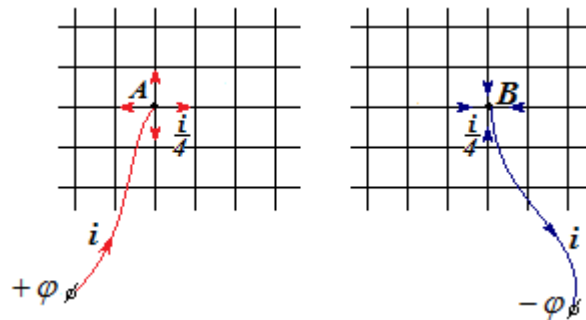
8.2 Бесконечные сетки и арматуры

Бесконечная сетка состоит из квадратных ячеек. Сопротивление стороны ячейки равно r . Сетку подключают к источнику тока через узлы A и B . Каково сопротивление сетки между узлами A и B ?



Для решения поставленной задачи можно использовать метод наложения. Представим, что узел A бесконечной сетки соединен с положительной клеммой источника, имеющей потенциал $+\varphi$. Точки на бесконечности имеют

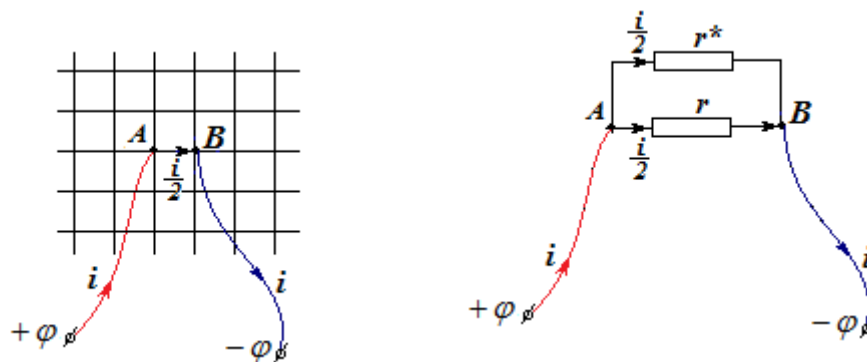
нулевой потенциал. К узлу A от источника подходит ток i , в узле этот ток делится на четыре равные части (в силу симметрии сетки).



Аналогично, если узел B соединен с клеммой источника, имеющей потенциал $-\varphi$, а точки на бесконечности имеют нулевой потенциал, то к узлу B подходят четыре равных тока, дающие в сумме ток i .

Накладываем схемы.

По стороне AB течет ток $\frac{i}{4} + \frac{i}{4} = \frac{i}{2}$.



Бесконечную сетку можно представить как параллельно соединенные ребро AB сопротивлением r и эквивалентное сопротивление оставшейся части сетки r^* .

Если по ребру AB бежит ток $\frac{i}{2}$, то по всей остальной сетке, имеющей сопротивление r^* , бежит ток $i - \frac{i}{2} = \frac{i}{2}$. Поскольку в узле A общий ток разделен поровну, сопротивления ребра AB и оставшейся части сетки одинаковые $r = r^*$.

Общее сопротивление сетки между узлами AB равно $R = \frac{r \cdot r^*}{r + r^*} = \frac{r}{2}$.

8.3 Задачи для самостоятельного решения

Схема 1

Ячейками бесконечной сетки «соты» являются правильные шестиугольники. Сопротивление стороны шестиугольника равно r . Найдите сопротивление сетки, если источник подключить к точкам

1) A и B ;

2) A и C

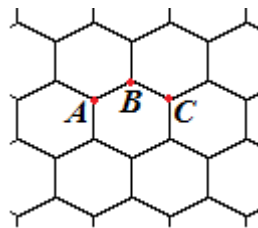
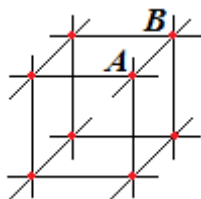


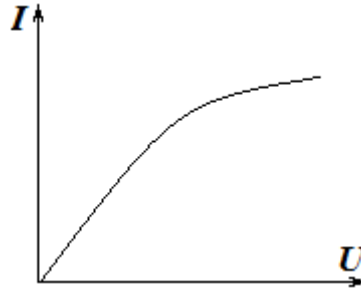
Схема 2

Определите сопротивление между узлами A и B проволочной кубической арматуры. Сопротивление ребра куба равно r .



9 Нелинейные элементы в цепи постоянного тока

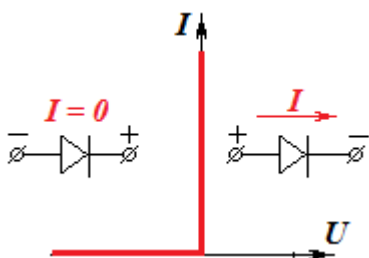
Нелинейный элемент – это такой участок электрической цепи, ВАХ которого не является прямой. Например, зависимость силы тока от напряжения для лампы накаливания выглядит следующим образом:



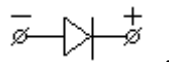
Между током и напряжением в этом случае отсутствует прямо пропорциональная зависимость. Это означает, что *закон Ома для нелинейного элемента не работает.*

9.1 Идеальный диод в цепи постоянного тока

Диод – устройство, обладающее односторонней проводимостью – он хорошо пропускает ток в одном направлении и плохо в другом. ВАХ идеального диода выглядит следующим образом:

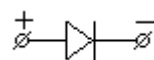


Диод заперт, не пропускает через себя ток, то есть его сопротивление $R_{\text{диода}} = \infty$, если на него подано напряжение в такой полярности



Участок цепи, по которому ток не течет, можно «выбросить» из цепи.

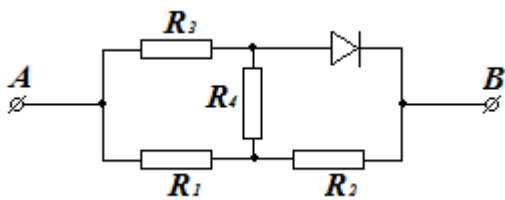
Диод открыт, если на него подано напряжение в следующей полярности



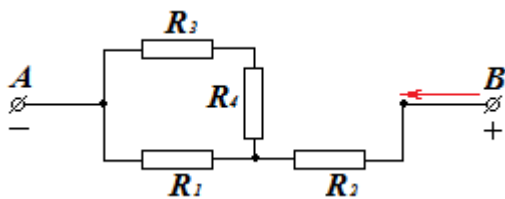
В этом случае $R_{\text{диода}} = 0$. Он ведет себя как перемычка (короткое замыкание). Способ расчета цепи с перемычкой мы знаем – концы участка цепи, содержащего перемычку, нужно сомкнуть.

Пример 1

Определите сопротивление электрической цепи при двух направлениях тока: ток течет от A к B (сопротивление R_{AB}), ток течет от B к A (сопротивление R_{BA}). Сопротивления резисторов $R_1 = R_3 = 30$ Ом, $R_2 = R_4 = 60$ Ом. Диод в цепи идеальный.



Очевидно, когда ток течет от B к A , диод оказывается запертым, он не пропускает ток. Следовательно, диод можно «выбросить» из схемы.

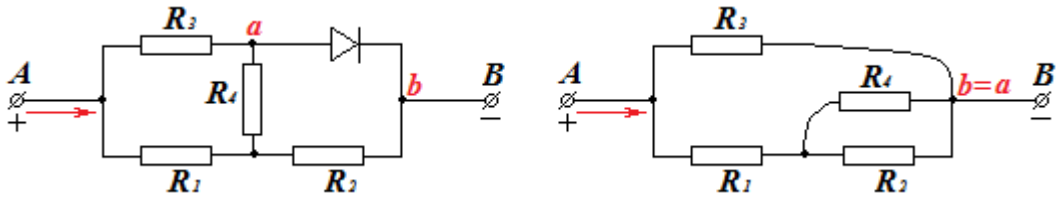


В этом случае R_3 и R_4 соединены последовательно. R_1 включен параллельно ветви с R_3 и R_4 . R_2 подключен последовательно к

участку с R_1 , R_3 и R_4 .

$$R_{BA} = R_2 + \frac{R_1(R_3 + R_4)}{R_1 + R_3 + R_4} = 60 + \frac{30(30 + 60)}{30 + 30 + 60} = 82,5 \text{ (Ом)}.$$

Когда ток течет от A к B , диод открыт. Сопротивление диода равно нулю, следовательно, точки a и b имеют одинаковые потенциалы, из можно соединить.



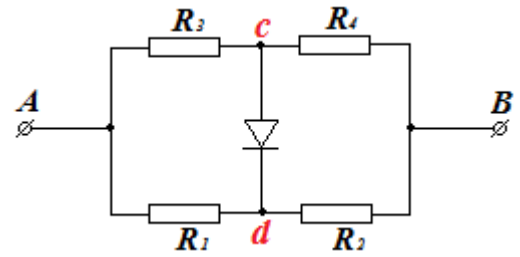
$$R_{24} = \frac{R_2 R_4}{R_2 + R_4} = \frac{60 \cdot 60}{60 + 60} = 30 \text{ (Ом)}$$

$$R_{124} = R_{24} + R_1 = 30 + 30 = 60 \text{ (Ом)}$$

$$R_{AB} = \frac{R_{124} \cdot R_3}{R_{124} + R_3} = \frac{60 \cdot 30}{60 + 30} = 20 \text{ (Ом)}$$

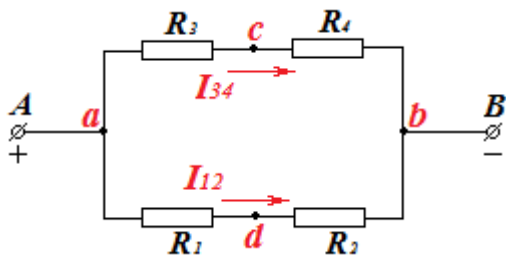
Пример 2

Найдите распределение токов в цепи, если сопротивления резисторов равны $R_1 = 1 \text{ кОм}$, $R_2 = 3 \text{ кОм}$, $R_3 = 2 \text{ кОм}$, $R_4 = 4 \text{ Ом}$. Диод идеальный. Общее напряжение $U_{o6} = 100 \text{ В}$.



Понятно, что распределение токов зависит от полярности источника (направления тока). Проблема в том, что в отличие от предыдущей задачи не очевидно, в каком случае диод открыт и когда закрыт.

Пусть ток течет от А к В. Найдем разность потенциалов между точками c и d при условии, что диод отсутствует.



Токи в ветвях равны

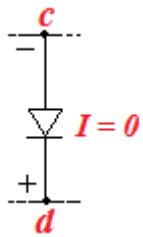
$$I_{12} = \frac{U_{o6}}{R_1 + R_2} = \frac{100}{1 + 3} = 25 \text{ (мА)}$$

$$I_{34} = \frac{U_{o6}}{R_3 + R_4} = \frac{100}{2 + 4} = \frac{50}{3} \approx 16,7 \text{ (мА)}$$

Разность потенциалов между точками c и d :

$$\varphi_c - \varphi_d = (\varphi_a - \varphi_d) - (\varphi_a - \varphi_c) = U_1 - U_3 = I_{12} R_1 - I_{34} \cdot R_3 \approx 25 \cdot 1 - 16,7 \cdot 2 = -8,4 \text{ (В)}$$

Потенциал точки c меньше потенциала точки d . Если между этими

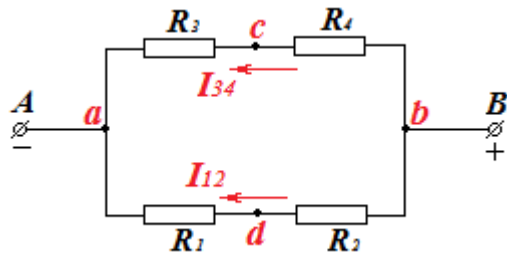


точками включить диод так, как показано на рисунке в условии задачи, то диод оказывается закрытым, ток через него не потечет.

Токи в резисторах найдены.

Пусть ток течет от B к A . Опять найдем разность потен-

циалов между точками c и d при условии, что диод отсутствует.



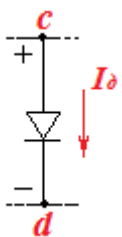
Токи в ветвях остались прежними по величине, изменилось направление токов.

$$I_{12} = \frac{U_{об}}{R_1 + R_2} = \frac{100}{1+3} = 25 \text{ (мА)}$$

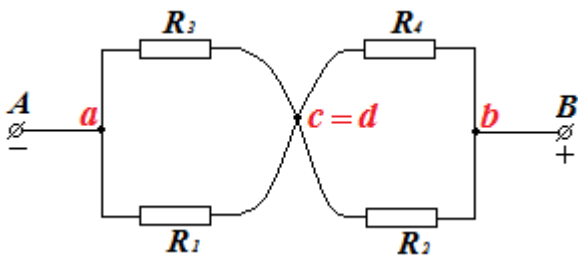
$$I_{34} = \frac{U_{об}}{R_3 + R_4} = \frac{100}{2+4} = \frac{50}{3} \approx 16,7 \text{ (мА)}$$

Разность потенциалов между точками c и d :

$$\varphi_c - \varphi_d = (\varphi_b - \varphi_d) - (\varphi_b - \varphi_c) = U_2 - U_4 = I_{12}R_2 - I_{34} \cdot R_4 \approx 25 \cdot 3 - 16,7 \cdot 4 = 8,4 \text{ (В)}.$$



Потенциал точки c выше потенциала точки d . Если теперь между точками c и d включить диод, он окажется открытым, через него потечет ток. Поскольку диод идеальный, то есть его сопротивление в прямом направлении равно нулю, напряжение на диоде тоже равно нулю. Точки c и d имеют равные потенциалы, их нужно сомкнуть.



$$R_{24} = \frac{R_2 R_4}{R_2 + R_4} = \frac{3 \cdot 4}{3+4} = \frac{12}{7} \text{ (Ом)}$$

$$R_{13} = \frac{R_1 R_3}{R_1 + R_3} = \frac{1 \cdot 2}{1+2} = \frac{2}{3} \text{ (Ом)}$$

$$R_{1234} = R_{24} + R_{13} = \frac{12}{7} + \frac{2}{3} = \frac{50}{21} \text{ (Ом)}$$

Общий ток в цепи равен $I_{об} = \frac{U_{об}}{R_{1234}} = \frac{100}{\frac{50}{21}} = 42 \text{ (мА)}$.

Напряжения на параллельных участках цепи

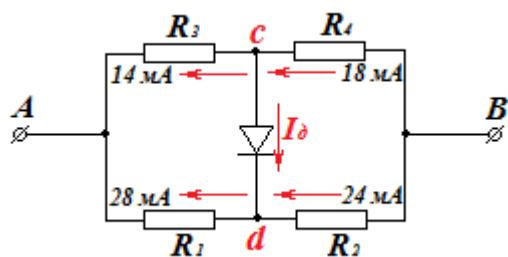
$$U_{13} = I_{об} \cdot R_{13} = 42 \cdot \frac{2}{3} = 28 \text{ (В)}$$

$$U_{24} = I_{об} \cdot R_{24} = 42 \cdot \frac{12}{7} = 72 \text{ (В)}$$

Токи в резисторах

$$I_1 = \frac{U_{13}}{R_1} = \frac{28}{1} = 28 \text{ (мА)} \quad I_2 = \frac{U_{24}}{R_2} = \frac{72}{3} = 24 \text{ (мА)}$$

$$I_3 = \frac{U_{13}}{R_3} = \frac{28}{2} = 14 \text{ (мА)} \quad I_4 = \frac{U_{24}}{R_4} = \frac{72}{4} = 18 \text{ (мА)}$$



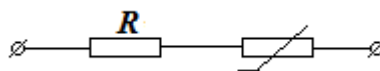
Применив первый закон Кирхгофа к узлу с, находим ток через диод

$$I_d = I_4 - I_3 = 18 - 14 = 4 \text{ (мА)}$$

9.2 ВАХ нелинейного элемента задана аналитически

Зависимость силы тока от напряжения на нелинейном элементе может быть задана аналитически. Например:

Участок цепи состоит из резистора сопротивлением $R = 50 \text{ Ом}$ и нелинейного элемента, для которого $I = 0,0025U^2$. Определите силу тока в участке цепи, если на него подано напряжение $U_{об} = 6 \text{ В}$.



При последовательном соединении сила тока во всех участках цепи одинаковая $I_R = I_{нэ} = I$. Общее напряжение равно сумме напряжений на отдельных участках последовательной цепи:

$$U_{об} = U_R + U_{нэ}.$$

Напряжение на резисторе можно найти по закону Ома

$$U_R = IR = 0,0025U_{нэ}^2 \cdot R.$$

Тогда общее напряжение равно

$$U_{об} = 0,0025 \cdot R \cdot U_{нэ}^2 + U_{нэ}.$$

Решая квадратное уравнение, находим напряжение на нелинейном элементе:

$$0,0025 \cdot R \cdot U_{нэ}^2 + U_{нэ} - U_{об} = 0$$

$$0,0025 \cdot 50 \cdot U_{нэ}^2 + U_{нэ} - 6 = 0$$

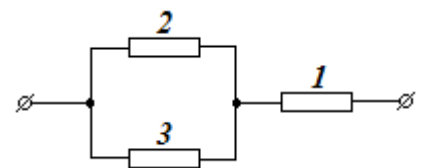
$$D = 1^2 + 4 \cdot 0,0025 \cdot 50 \cdot 6 = 4$$

$$U_{нэ} = \frac{-1 + \sqrt{4}}{2 \cdot 0,0025 \cdot 50} = \frac{1}{0,25} = 4.$$

Зная напряжение на нелинейном элементе $U_{нэ} = 4$ В, находим силу тока в цепи $I = 0,0025 \cdot 4^2 = 0,04$ (А).

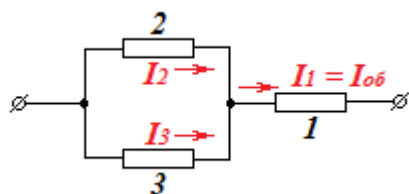
Пример 3 (ЕГЭ)

Дана цепь, составленная из трех нелинейных элементов. Зависимость тока от напряжения для этих нелинейных элементов выглядит следующим образом:



$$U_1 = \alpha I^2, U_2 = 3\alpha I^2, U_3 = 6\alpha I^2.$$

Определите для данной цепи зависимость общего напряжения от общего тока.



Согласно законам последовательного и параллельного соединений

$$\begin{cases} I_{ob} = I_1 = I_2 + I_3 \\ U_2 = U_3 = U_{23} \\ U_{ob} = U_{23} + U_1. \end{cases}$$

Рассмотрим второе уравнение

$$U_2 = U_3 \Rightarrow 3\alpha I_2^2 = 6\alpha I_3^2 \Rightarrow I_2 = I_3\sqrt{2}$$

Общий ток в цепи равен $I_{ob} = I_1 = I_2 + I_3 = I_3\sqrt{2} + I_3 = I_3(\sqrt{2} + 1)$.

Выразим ток I_3 через общий ток в цепи $I_3 = \frac{I_{ob}}{(\sqrt{2} + 1)}$.

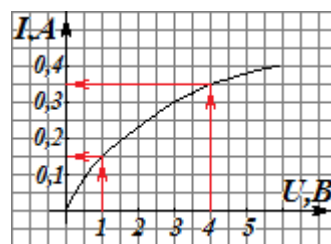
Напряжение на параллельном участке цепи $U_{23} = U_3 = 6\alpha I_3^2 = \frac{6\alpha I_{ob}^2}{(\sqrt{2} + 1)^2}$.

Общее напряжение равно

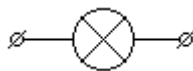
$$U_{ob} = U_{23} + U_1 = \frac{6\alpha I_{ob}^2}{(\sqrt{2} + 1)^2} + \alpha I_{ob}^2 = \alpha I_{ob}^2 \cdot \frac{(6 + 2 + 1 + 2\sqrt{2})}{(\sqrt{2} + 1)^2} = \alpha I_{ob}^2 \cdot \frac{(9 + 2\sqrt{2})}{(\sqrt{2} + 1)^2}.$$

9.3 ВАХ нелинейного элемента задана графически

ВАХ всегда определяется опытным путем, результаты эксперимента отражаются на графике. Далеко не всегда удается подобрать аналитический вид для полученной зависимости тока от напряжения. Как в этом случае рассчитать токи в цепи?

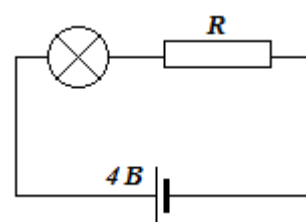


Пусть в цепь включена лампа накаливания, ВАХ которой показана на рисунке.



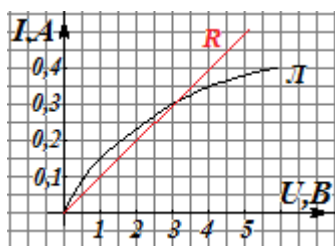
Зная напряжение, подаваемое на лампу, по графику легко определяется ток, текущий по ней. Например, при напряжении на лампе $U = 1$ В сила тока $I = 0,15$ А, при напряжении $U = 4$ В сила тока $I = 0,35$ А.

Пусть эта же лампа включена в цепь последовательно с резистором $R = 10$ Ом. Напряжение на клеммах батарейки $U_{об} = 4$ В. Какой ток течет по цепи?



Понятно, что просто прочесть значение тока по ВАХ не удастся, ибо 4 В – это напряжение не на лампе, это общее напряжение на лампе и резисторе. Однако, участок цепи, содержащий лампочку и резистор, является нелинейным элементом. Ток в цепи можно было бы определить по ВАХ, как это было сделано в предыдущем случае.

Итак, задача сводится к построению ВАХ участка цепи, содержащего лампочку и резистор. ВАХ лампы дана по условию, ВАХ резистора – прямая, уравнение которой можно записать на основании закона Ома $U_R = IR = 10I$. Построим эту прямую.



нения

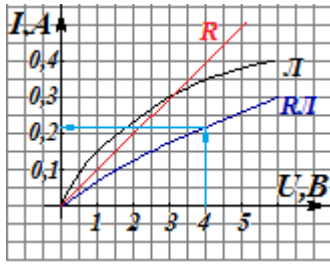
Записываем законы последовательного соеди-

$$\begin{cases} U_{об} = U_L + U_R \\ I_R = I_L = I \end{cases}$$

Складываем ВАХ на основании законов после-

довательного соединения (при силе тока

$$I = 0,1 \text{ А} \quad U_{об} = U_L + U_R = 0,5 + 1 = 1,5 \text{ (В)} \text{ и так далее.}$$



Зная общее напряжение $U_{об} = 4\text{В}$, по графику определяем значение силы тока в цепи $I \approx 0,22\text{А}$.

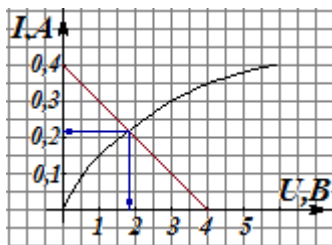
Этот способ решения достаточно трудоемкий. Можно решить задачу иначе. Для резистора справедлив закон Ома, следовательно,

$$U_{об} = U_{л} + IR \quad (1)$$

$$4 = U_{л} + 10I.$$

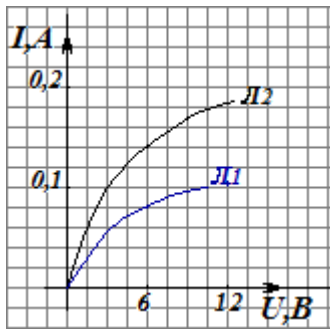
Получили уравнение, в которое входят две неизвестные величины – напряжение на лампе $U_{л}$ и ток в цепи I (он же ток в лампе). Для нахождения двух связанных между собой неизвестных величин необходима система из двух уравнений. Второе уравнение уже дано в условии задачи – это ВАХ лампы! Поскольку записать аналитически вид ВАХ нет возможности, будем решать систему уравнений графически.

Уравнение (1) задает на плоскости прямую (переменные $U_{л}$ и I входят в это уравнение в первой степени). Ее называют нагрузочной прямой. Строим нагрузочную прямую по двум точкам (при $U_{л} = 0$ $I = 0,4$ А, при $I = 0$ $U_{л} = 4$ В).



Точка пересечения ВАХ и нагрузочной прямой дают значение тока в цепи $I \approx 0,22$ А и напряжения на лампе $U_{л} \approx 1,8$ В.

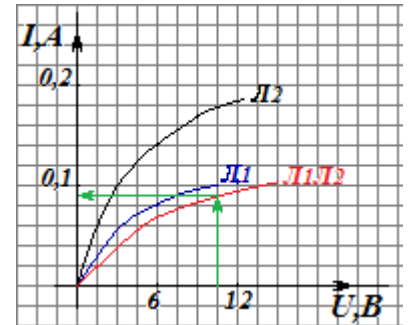
Усложним задачу. Последовательно соединены две лампы, ВАХ которых показаны на рисунке. Какой ток течет по цепи, если напряжение на клеммах источника равно 9 В?



При последовательном соединении ток во всех элементах одинаков, а общее напряжение равно сумме напряжений на отдельных участках

$$\begin{cases} U_{об} = U_1 + U_2 \\ I_1 = I_2 = I \end{cases}$$

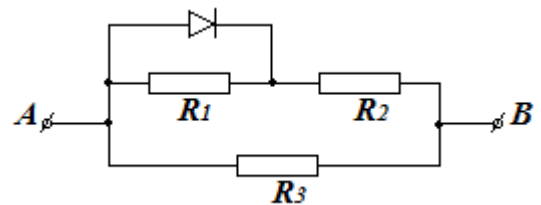
Понятно, что никакой нагрузочной прямой в этом случае построить нельзя. Остается не самый простой, но единственный в данной ситуации прием – построить ВАХ участка цепи, содержащего обе лампочки. По графику определяем ток в цепи:



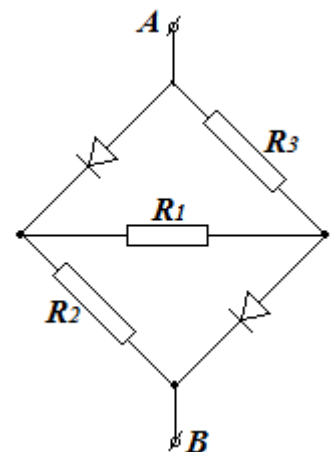
при $U_{об} = 9 \text{ В}$ $I \approx 0,09 \text{ А}$.

9.4 Задачи для самостоятельного решения

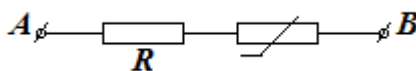
1 Определите сопротивление участка цепи в двух случаях: ток течет от A к B и ток течет от B к A . Диод идеальный. Сопротивления резисторов одинаковы и равны $R = 100 \text{ Ом}$.



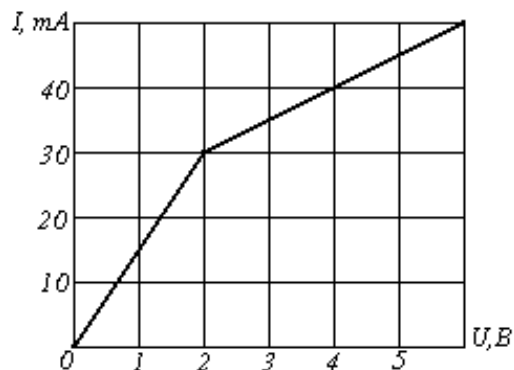
2 Определите сопротивление участка цепи в двух случаях: ток течет от A к B и ток течет от B к A . Диод идеальный. Сопротивления резисторов одинаковы и равны $R = 60 \text{ Ом}$.



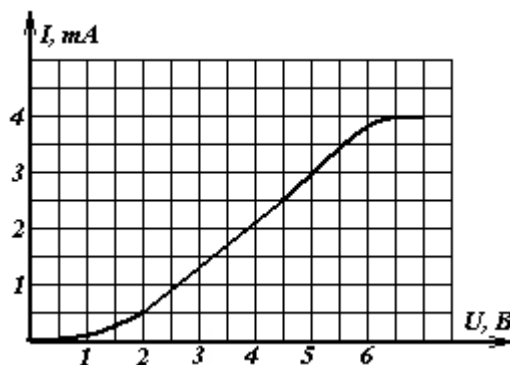
3 Вольт-амперная характеристика нелинейного элемента имеет вид $I = 0,02U^2$. Нелинейный элемент включен последовательно с резистором $R = 50$ Ом. Определите ток через нелинейный элемент, если напряжение $U_{AB} = 12$ В.



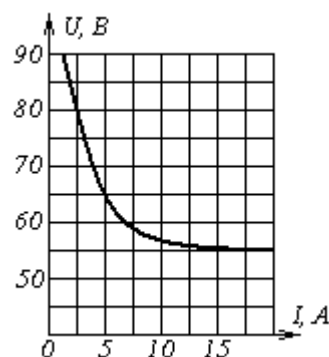
4 На рисунке изображена вольтамперная характеристика двух соединенных параллельно элементов, одним из которых является резистор сопротивлением $R = 200$ Ом, а другим – неизвестный элемент Z . Используя заданную вольтамперную характеристику, постройте вольтамперную характеристику элемента Z .



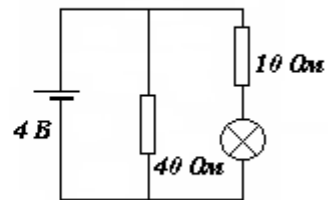
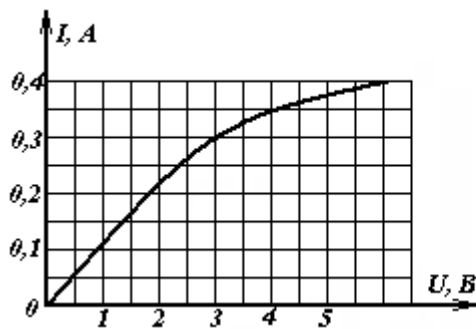
5 Диод подключен к источнику постоянного напряжения 6 В через нагрузочное сопротивление 1,5 кОм. Определите силу тока в цепи и мощность, выделяемую на нагрузочном резисторе.



6 На рисунке приведен график зависимости напряжения на разрядном промежутке дугового разряда от тока. Дугу подключают к источнику постоянного напряжения 80 В последовательно с резистором сопротивлением 2 Ом. Найдите силу тока в разрядном промежутке.

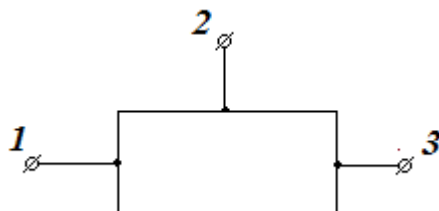


7 На рисунке приведена вольтамперная характеристика лампочки карманного фонарика. Найдите силу тока в лампочке и в неразветвленной части цепи.



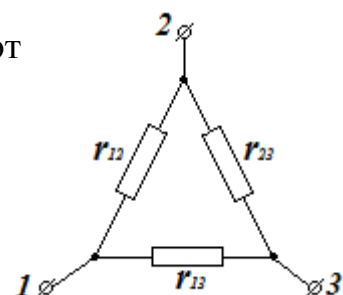
10 Трехполюсник

Трехполюсником называется элемент цепи, имеющий три контакта, при помощи которых он соединяется с другими участками цепи.

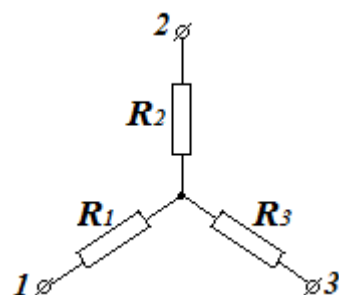


Если трехполюсник представляет собой комбинацию трех сопротивлений, то соединить их между собой можно только двумя способами:

соединение «треугольником» - резисторы образуют стороны треугольника ;

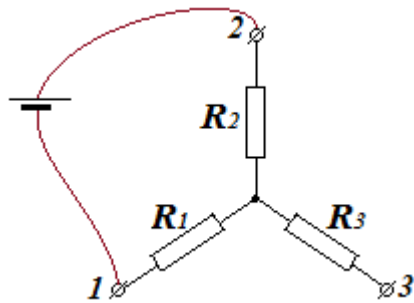


соединение «звездой» - резисторы образуют трехлучевую звезду.

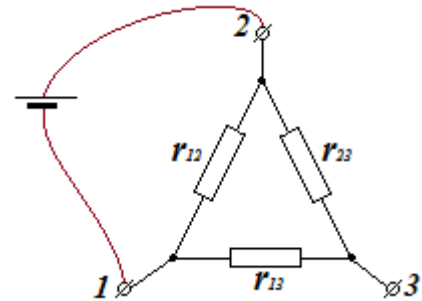


«Треугольник» можно всегда заменить на эквивалентную ему «звезду». При такой замене распределение токов в цепи с трехполюсником должно остаться неизменным. Это означает, что сопротивление «треугольника» и «звезды» между двумя любыми клеммами одинаково.

Допустим, источник тока подключен к клеммам 1 и 2. В «звезде» при таком включении резисторы R_1 и R_2 последовательно, через R_3 ток не течет. В «треугольнике» резистор r_{12} включен параллельно с ветвью, содержащей последовательно соединенные r_{23} и r_{13} .



$$R_{12} = R_1 + R_2$$



$$R_{12} = \frac{r_{12} \cdot (r_{13} + r_{23})}{r_{12} + r_{13} + r_{23}}$$

$$R_1 + R_2 = \frac{r_{12} \cdot (r_{13} + r_{23})}{r_{12} + r_{13} + r_{23}}$$

Аналогичным способом, подключая мысленно источник к клеммам 2 – 3 и 1 – 3, можно получить еще два уравнения:

$$R_1 + R_3 = \frac{r_{13} \cdot (r_{12} + r_{23})}{r_{12} + r_{13} + r_{23}}$$

$$R_3 + R_2 = \frac{r_{23} \cdot (r_{13} + r_{12})}{r_{12} + r_{13} + r_{23}}$$

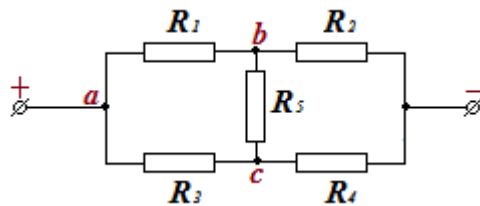
Решая совместно полученные уравнения, находим соотношения между элементами «звезды» и «треугольника»:

$$R_1 = \frac{r_{13} \cdot r_{12}}{r_{12} + r_{13} + r_{23}}$$

$$R_2 = \frac{r_{23} \cdot r_{12}}{r_{12} + r_{13} + r_{23}}$$

$$R_3 = \frac{r_{13} \cdot r_{23}}{r_{12} + r_{13} + r_{23}}$$

Прием замены «треугольника» на «звезду» можно использовать при расчете несбалансированного моста.

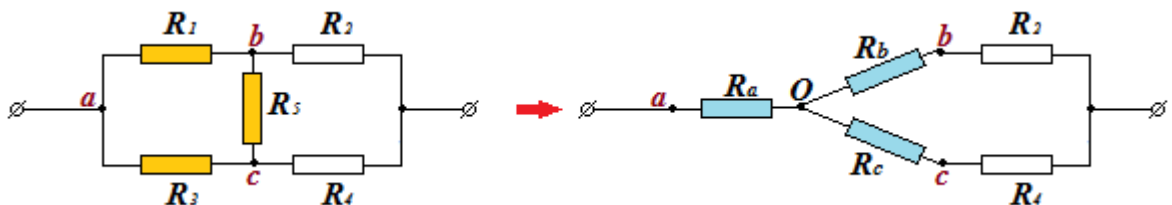


- $R_1 = 2 \text{ Ом};$
- $R_2 = 2 \text{ Ом};$
- $R_3 = 3 \text{ Ом};$
- $R_4 = 10,5 \text{ Ом};$
- $R_5 = 5 \text{ Ом};$
- $U_{об} = 30 \text{ В}$

Нетрудно видеть, что мост не сбалансирован:

$$\frac{2 \text{ Ом}}{3 \text{ Ом}} \neq \frac{2 \text{ Ом}}{10,5 \text{ Ом}} \Rightarrow \frac{R_1}{R_3} \neq \frac{R_2}{R_4}$$

Заменим «треугольник» между узлами a , b и c , образованный резисторами R_1 , R_3 и R_5 , на «звезду».



$$R_a = \frac{R_1 \cdot R_3}{R_1 + R_3 + R_5} = \frac{2 \cdot 3}{2 + 3 + 5} = 0,6 \text{ (Ом)}$$

$$R_b = \frac{R_1 \cdot R_5}{R_1 + R_3 + R_5} = \frac{2 \cdot 5}{2 + 3 + 5} = 1 \text{ (Ом)}$$

$$R_c = \frac{R_5 \cdot R_3}{R_1 + R_3 + R_5} = \frac{5 \cdot 3}{2 + 3 + 5} = 1,5 \text{ (Ом)}.$$

Рассчитаем общее сопротивление эквивалентной цепи.

$$R_{2b} = R_2 + R_b = 2 + 1 = 3 \text{ (Ом)}$$

$$R_{4c} = R_4 + R_c = 10,5 + 1,5 = 12 \text{ (Ом)}$$

$$R_{2b4c} = \frac{R_{2b} R_{4c}}{R_{2b} + R_{4c}} = \frac{3 \cdot 12}{3 + 12} = 2,4 \text{ (Ом)}$$

$$R_{o\bar{o}} = R_a + R_{2b4c} = 0,6 + 2,4 = 3 \text{ (Ом)}.$$

Ток в неразветвленной части цепи

$$I_{o\bar{o}} = \frac{U_{o\bar{o}}}{R_{o\bar{o}}} = \frac{30}{3} = 10 \text{ (А)}.$$

Напряжение на резисторе R_a равно

$$U_a = I_{o\bar{o}} \cdot R_a = 10 \cdot 0,6 = 6 \text{ (В)}.$$

Напряжения на параллельных ветвях

$$U_{2b} = U_{4c} = U_{o\bar{o}} - U_a = 30 - 6 = 24 \text{ (В)}.$$

Токи в ветвях параллельного соединения находим по закону Ома

$$I_b = I_2 = \frac{U_{2b}}{R_{2b}} = \frac{24}{3} = 8 \text{ (A)}$$

$$I_c = I_4 = \frac{U_{4c}}{R_{4c}} = \frac{24}{12} = 2 \text{ (A)}.$$

Напряжение между узлами a и b равно

$$U_{ab} = U_a + U_b = U_a + I_b \cdot R_b = 6 + 8 \cdot 1 = 14 \text{ (В)}.$$

Напряжение между узлами a и c равно

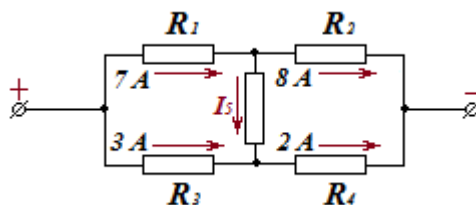
$$U_{ac} = U_a + U_c = U_a + I_c \cdot R_c = 6 + 2 \cdot 1,5 = 9 \text{ (В)}.$$

Для нахождения токов в резисторах R_1 и R_3 возвращаемся к исходной схеме и применяем закон Ома

$$I_1 = \frac{U_{ab}}{R_1} = \frac{14}{2} = 7 \text{ (A)}$$

$$I_3 = \frac{U_{ac}}{R_3} = \frac{9}{3} = 3 \text{ (A)}.$$

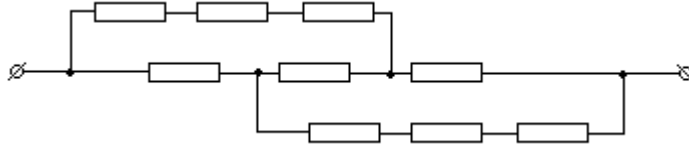
Наносим найденные токи на исходную схему и применяем первый закон Кирхгофа для нахождения тока I_5 :



$$I_5 = I_2 - I_1 = 8 - 7 = 1 \text{ (A)}.$$

10.1 Задание для самостоятельного решения

Девять одинаковых резисторов соединены так, как показано на рисунке. Каково общее сопротивление цепи?

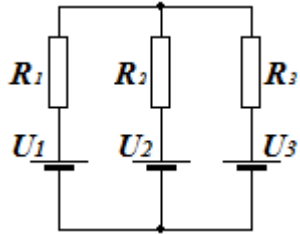


Определите ток через каждый резистор, если сопротивление каждого резистора $R = 9$ Ом, общее напряжение $U = 20$ В.

11 Метод наложения

В электрической цепи может присутствовать несколько источников.

Например:



сопротивления $R_1 = 4 \text{ Ом}$, $R_2 = 6 \text{ Ом}$, $R_3 = 12 \text{ Ом}$,

напряжения на клеммах источников

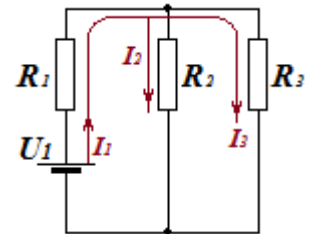
$$U_1 = 36 \text{ В}, \quad U_2 = 36 \text{ В}, \quad U_3 = 72 \text{ В}$$

Один из способов расчета таких цепей – метод наложения. Метод основан на независимости действия источников напряжения или тока. Он позволяет расчленить сложную задачу на несколько более простых задач, в каждой из которых действует только один источник. Все остальные источники исключаются, вместо них остаются только их внутренние сопротивления.

Рассматриваемую цепь можно представить как результат наложения трех более простых цепей.

Оставляем в цепи только первый источник.

Резисторы R_2 и R_3 соединены параллельно, следовательно,



$$R_{23} = \frac{R_2 R_3}{R_2 + R_3} = \frac{6 \cdot 12}{6 + 12} = 4 \text{ (Ом)}.$$

Резистор R_1 включен последовательно с R_{23} : $R_{об} = R_1 + R_{23} = 4 + 4 = 8 \text{ (Ом)}$.

Находим токи в цепи.

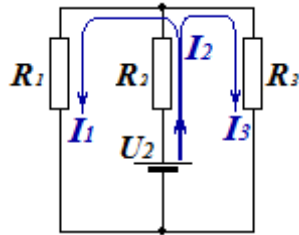
$$I_1 = I_{об} = \frac{U_{об}}{R_{об}} = \frac{36}{8} = 4,5 \text{ (А)}.$$

Напряжение на параллельном участке цепи

$$U_{23} = I_{об} R_{23} = 4,5 \cdot 4 = 18 \text{ (В)}.$$

$$I_2 = \frac{U_{23}}{R_2} = \frac{18}{6} = 3 \text{ (А)}; \quad I_3 = \frac{U_{23}}{R_3} = \frac{18}{12} = 1,5 \text{ (А)}.$$

Оставляем в цепи только второй источник.



$$R_{13} = \frac{R_3 R_1}{R_3 + R_1} = \frac{4 \cdot 12}{4 + 12} = 3 \text{ (Ом)}$$

$$R_{об} = R_{13} + R_2 = 3 + 6 = 9 \text{ (Ом)}.$$

Общий ток в цепи

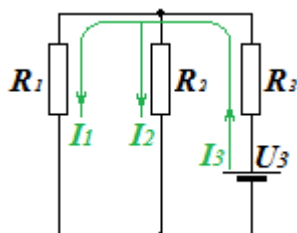
$$I_{об} = I_2 = \frac{U_{об}}{R_{об}} = \frac{36}{9} = 4 \text{ (А)}.$$

Напряжение на параллельном участке с R_1 и R_3 равно

$$U_{13} = I_{об} R_{13} = 4 \cdot 3 = 12 \text{ (В)}.$$

Токи в резисторах R_1 и R_3

$$I_1 = \frac{U_{13}}{R_1} = \frac{12}{3} = 3 \text{ (А)}; \quad I_3 = \frac{U_{13}}{R_3} = \frac{12}{12} = 1 \text{ (А)}..$$



Оставляем в цепи только третий источник.

$$R_{12} = \frac{R_2 R_1}{R_2 + R_1} = \frac{4 \cdot 6}{4 + 6} = 2,4 \text{ (Ом)}$$

$$R_{об} = R_{12} + R_3 = 2,4 + 12 = 14,4 \text{ (Ом)}$$

Общий ток в цепи

$$I_{o\bar{o}} = I_3 = \frac{U_{o\bar{o}}}{R_{o\bar{o}}} = \frac{72}{14,4} = 5 \text{ (A)}.$$

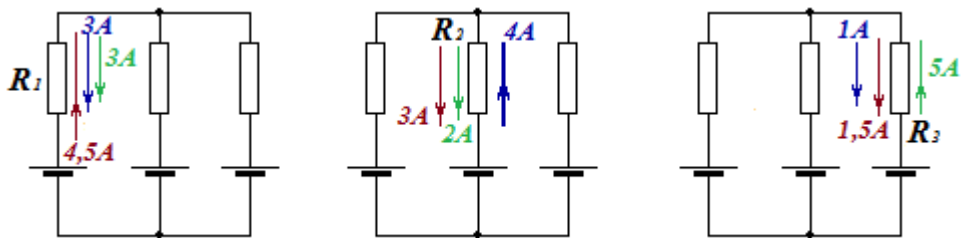
Напряжение на параллельном участке с R_1 и R_2 равно

$$U_{12} = I_{o\bar{o}} R_{12} = 5 \cdot 2,4 = 12 \text{ (В)}.$$

Токи в резисторах R_1 и R_2

$$I_1 = \frac{U_{12}}{R_1} = \frac{12}{4} = 3 \text{ (A)}; \quad I_2 = \frac{U_{12}}{R_2} = \frac{12}{6} = 2 \text{ (A)}..$$

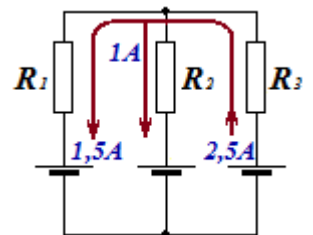
Для нахождения истинных токов накладываем три схемы друг на друга.



$$I_1 = 3 + 3 - 4,5 = 1,5 \text{ (A)}; \quad I_2 = 3 + 2 - 4 = 1 \text{ (A)} \quad I_3 = 5 - 1 - 1,5 = 2,5 \text{ (A)}.$$

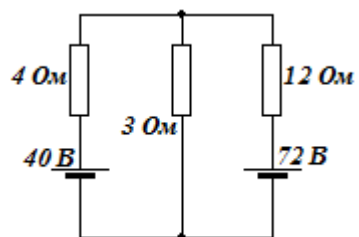
Направления истинных токов показаны на рисунке:

Метод наложения достаточно громоздкий, однако в ряде ситуаций он позволяет рассчитать непростую цепь, применяя только законы последовательного и параллельного соединений.



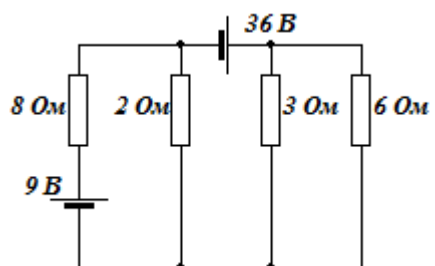
11.1 Задания для самостоятельного решения

Схема 1



Найдите распределение токов в цепи.

Схема 2



Найдите распределение токов в цепи.

12 Работа и мощность тока

При протекании тока по проводнику электрическое поле совершает работу (налицо признаки процесса совершения работы: на свободные заряды действует сила со стороны электрического поля, заряды движутся в направлении действующей силы). Работа – это процесс и мера изменения энергии. Следовательно, при протекании тока по проводнику электрическая энергия преобразуется в другие виды энергии – тепловую или механическую.

Величина работы электрического поля может быть рассчитана как

$$A = U \cdot q,$$

где q – заряд, прошедший по рассматриваемому участку цепи.

Если по проводнику течет постоянный ток, то заряд равен $q = I \cdot t$.

Тогда выражение для расчета работы принимает вид

$$A = U \cdot I \cdot t.$$

Если рассматриваемый участок цепи линейный, то есть для него выполняется закон Ома, то работа может быть рассчитана иначе:

$$A = UIt = I^2 R t = \frac{U^2}{R} t.$$

В случае преобразования электрической энергии в тепловую выделяемое в проводнике тепло можно рассчитать любым из трех способов

$$Q = A = UIt = I^2 R t = \frac{U^2}{R} t.$$

Однако, не любая расчетная формула отражает зависимость количества теплоты от величин, через которые оно может быть рассчитано. Опыт по-

казывает, что тепловое действие тока зависит от величины силы тока в проводнике и его сопротивления

$$Q = I^2 R t .$$

Это выражение носит название закона Джоуля-Ленца.

Мощность – это величина, характеризующая быстроту преобразования энергии из одного вида в другой. Мощность, потребляемую участком цепи (можно сказать «мощность, выделяемую на участке цепи»), можно рассчитать

$$P = UI = I^2 R = \frac{U^2}{R} .$$

Понятно, что мощность, выделяемая на каком-либо резисторе, может быть разной – она зависит от протекающего по резистору тока, а значит, от приложенного к нему напряжения. Для большинства потребителей тока вводят понятия номинального напряжения и номинальной мощности.

Например, на баллоне лампы накаливания написано «220 В, 100 Вт» - это и есть номинальные значения напряжения и мощности. Надпись означает, что при включении лампы в сеть с напряжением 220 В она потребляет мощность 100 Вт, то есть в лампе каждую секунду 100 Дж электрической энергии преобразуются в тепловую. При большем напряжении на лампе потребляемая ею мощность будет больше, лампа будет гореть ярче. Очевидно, в этом случае срок службы лампы сокращается. При меньшем напряжении на лампе она потребляет меньшую мощность, следовательно, горит более тускло. Номинальное напряжение задает такой режим работы потребителя электроэнергии, который обеспечивает желаемые быстроту преобразования энергии и длительность службы устройства.

Рассчитаем потребляемую лампой накаливания «220 В, 100 Вт» электрическую энергию за 8 часов непрерывной работы при условии, что на нее подано напряжение 220 В:

$$E = A = Pt = 100 \text{ Вт} \cdot (8 \cdot 3600 \text{ с}) = 2,88 \cdot 10^6 \text{ Дж}.$$

Нетрудно видеть, что **джоуль** - очень малая единица измерения энергии, когда речь идет об электроэнергии, потребляемой в быту или на производстве. Большие значения энергии принято выражать более крупной единицей энергии:

$$1 \text{ киловатт} \cdot \text{час} = 1 \text{ кВт} \cdot \text{ч} = 10^3 \text{ Вт} \cdot 3600 \text{ с} = 3,6 \cdot 10^6 \text{ Дж}.$$

Возвращаемся к примеру с лампой «220 В, 100 Вт», работавшей 8 часов. Потребленная лампой электроэнергия равна:

$$E = 100 \text{ Вт} \cdot 8 \text{ ч} = 0,1 \text{ кВт} \cdot 8 \text{ ч} = 0,8 \text{ кВт} \cdot \text{ч}.$$

12.1 Упражнения

1 Какую работу совершает электрический ток в лампе накаливания за два часа работы, если при включении в сеть с напряжением 220 В по лампе течет ток 0,5 А? В какой вид энергии была преобразована электрическая энергия? Какова стоимость потребленной электроэнергии?

2 На утюге написано «220 В, 2400 Вт». Что означает эта информация? Какая электроэнергия будет потреблена утюгом за полчаса непрерывной работы при включении в сеть с напряжением 220 В? Какова стоимость потребленной утюгом электроэнергии?

3 На какой ток рассчитан электронагреватель чайника, если в его паспорте написано «220 В, 2 кВт»?

4 Каково сопротивление светодиодной лампы в рабочем режиме, если на ней написано «220 В, 3,7 Вт»? Какой ток течет по лампе при работе в номинальном режиме?

5 На цоколе лампочки карманного фонарика написано «3,5 В, 0,28 А». Найдите сопротивление лампочки и потребляемую мощность в номинальном режиме.

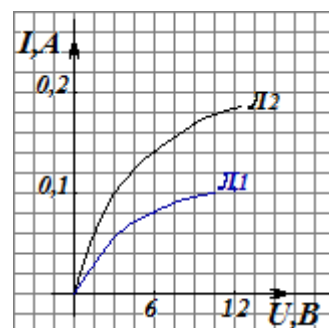
6 По спирали электроплитки, включенной в сеть с напряжением 220 В, течет ток 4,55 А. Сколько времени плитка была включена в сеть, если в ней выделилось 690 КДж тепла?

7 Две лампы накаливания номинальной мощностью 100 Вт и 150 Вт рассчитаны на одинаковое напряжение. Во сколько раз отличаются сопротивления нитей накаливания ламп?

8 Прецизионный резистор – это резистор, сопротивление которого остается неизменным при протекании по нему тока. Резистор P1-8M(П) рассчитан на предельное напряжение 100 В и номинальную мощность рассеяния 0,125 Вт. Какая тепловая мощность будет выделяться на этом резисторе при напряжении 80 В?

9 Прецизионный резистор сопротивлением 10 кОм рассчитан на мощность 0,25 Вт. Какой максимальный ток может идти через это сопротивление? Какое максимальное напряжение может быть приложено к такому резистору?

10 Лампы Л1 и Л2 Какая тепловая мощность выделяется в лампах соединены параллельно и подключены к источник регулируемого напряжения. Какая тепловая мощность выделяется на каждой лампе при напряжении 6 В? при напряжении 10,5 В?



12.2 Тепловое действие тока

1 Резисторы $R_1 = 20 \text{ Ом}$ и $R_2 = 50 \text{ Ом}$ включены в цепь последовательно. Сравните количества теплоты, которые выделяются ежеминутно на этих резисторах.

2 Резисторы $R_1 = 20 \text{ Ом}$ и $R_2 = 50 \text{ Ом}$ включены в цепь параллельно. Сравните количества теплоты, которые выделяются ежеминутно на этих резисторах.

Пример 1

Длина медного провода в 10 раз превышает длину нихромового провода, а площадь сечения нихромового провода вдвое больше площади сечения медного. Сравните тепловые мощности в проводах при последовательном и параллельном соединении.

Решение

При последовательном соединении по проводникам течет *одинаковый ток*. Поэтому выразим тепловые мощности в каждом проводнике через силу тока и сопротивление:

$$P_m = I^2 R_m = I^2 \cdot \frac{\rho_m l_m}{S_m} \quad P_n = I^2 R_n = I^2 \cdot \frac{\rho_n l_n}{S_n}$$

Находим отношение тепловых мощностей

$$\frac{Q_m}{Q_n} = \frac{\rho_m l_m}{S_m} \cdot \frac{S_n}{\rho_n l_n} = \frac{\rho_m (10l_n)}{S_m} \cdot \frac{(2S_m)}{\rho_n l_n} = \frac{20\rho_m}{\rho_n} = \frac{20 \cdot 0,017}{1,1} \approx 0,31.$$

Таким образом, при последовательном соединении при последовательном соединении в нихромовой проволоке выделяется почти втрое больше тепла, чем в медной. Причина: нихромовая проволока обладает большим сопротивлением, чем медная.

При параллельном соединении проводники находятся под одинаковым напряжением. Поэтому выразим тепловые мощности в каждом проводнике через напряжение и сопротивление:

$$Q_M = \frac{U^2}{R_M} = \frac{U^2}{\frac{\rho_M l_M}{S_M}} = \frac{U^2 S_M}{\rho_M l_M} \quad Q_N = \frac{U^2}{R_N} = \frac{U^2}{\frac{\rho_N l_N}{S_N}} = \frac{U^2 S_N}{\rho_N l_N}.$$

Находим отношение тепловых мощностей

$$\frac{Q_M}{Q_N} = \frac{S_M}{\rho_M l_M} \cdot \frac{\rho_N l_N}{S_N} = \frac{S_M}{\rho_M (10l_N)} \cdot \frac{\rho_N l_N}{(2S_M)} = \frac{\rho_N}{20\rho_M} = \frac{1,1}{20 \cdot 0,017} \approx 3,2.$$

Теперь большая тепловая мощность выделяется в медной проволоке, имеющей меньшее сопротивление.

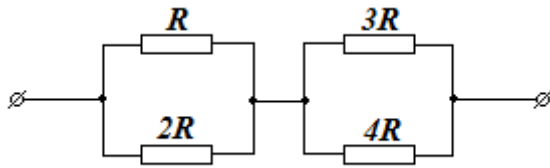
3 Два провода одинаковой длины сделаны из одного материала. Диаметр одного провода в два раза больше диаметра другого. Сравните тепловые мощности в этих проволоках при последовательном и параллельном соединении.

4 Два провода, медный и алюминиевый, имеют одинаковые площади сечения. Длина медного провода вдвое больше длины алюминиевого. Сравните тепловые мощности в этих проволоках при последовательном и параллельном соединении.

Пример 2

Параллельно соединенные резисторы с сопротивлениями $R = 25$ Ом и $2R$ соединены последовательно с другими параллельно соединенными резисторами сопротивлениями $3R$ и $4R$. Цепь подключена к сети с постоянным

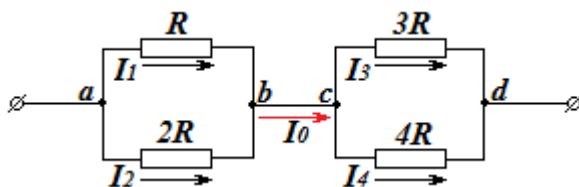
напряжением. На резисторе с сопротивлением R выделяется мощность $P = 49$ Вт. Какая мощность выделяется в резисторе $4R$?



Решение

Для расчета тепловой мощности в резисторе $4R$ необходимо определить ток в этом резисторе

$$P_4 = I_4^2 \cdot 4R$$



Напряжение на участке ab равно $U_{ab} = I_1 \cdot R$.

Ток через резистор $2R$ равен $I_2 = \frac{U_{ab}}{2R} = \frac{I_1 \cdot R}{2R} = \frac{I_1}{2}$.

Ток в неразветвленной части цепи $I_0 = I_1 + I_2 = I_1 + \frac{I_1}{2} = \frac{3I_1}{2}$.

Общее сопротивление участка cd $R_{cd} = \frac{3R \cdot 4R}{3R + 4R} = \frac{12R}{7}$.

Напряжение на участке cd находим по закону Ома

$$U_{cd} = I_0 \cdot R_{cd} = \frac{3I_1}{2} \cdot \frac{12R}{7} = \frac{18I_1R}{7}$$

Ток в резисторе $4R$ равен $I_4 = \frac{U_{cd}}{4R} = \frac{18I_1R}{7 \cdot 4R} = \frac{9I_1}{14}$.

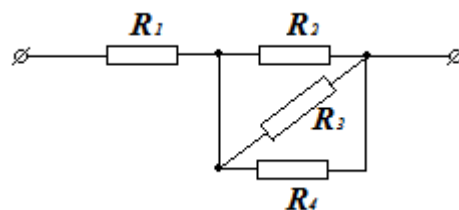
Находим мощность в резисторе $4R$:

$$P_4 = I_4^2 \cdot 4R = \left(\frac{9I_1}{14}\right)^2 \cdot 4R = \frac{81(I_1^2 R)}{49} = \frac{81P}{49} = \frac{81 \cdot 49}{49} = 81(\text{Вт}).$$

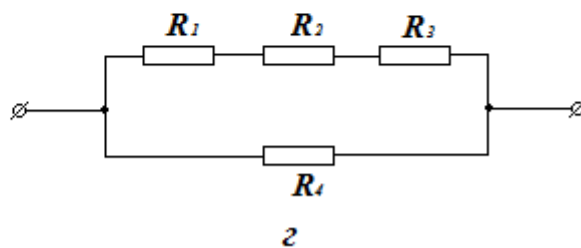
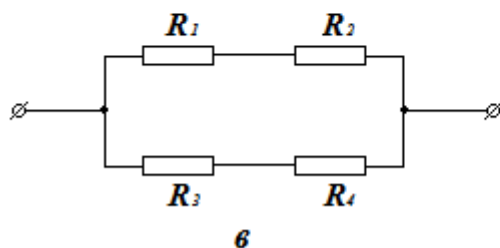
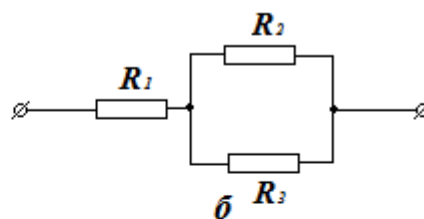
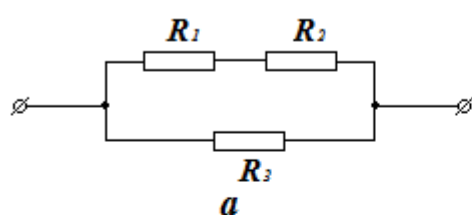
5 Резисторы с сопротивлениями 10 Ом, 20 Ом, 30 Ом соединены последовательно и подключены к источнику постоянного напряжения 60 В. Какая тепловая мощность выделяется на каждом резисторе и во всей цепи?

6 Резисторы с сопротивлениями 12 Ом, 20 Ом, 30 Ом соединены параллельно и подключены к источнику постоянного напряжения 60 В. Какая тепловая мощность выделяется на каждом резисторе и во всей цепи?

7 Рассчитайте тепловую мощность, выделяемую на каждом резисторе, если участок цепи находится под напряжением $U = 6$ В. Сопротивления резисторов $R_1 = 2,2$ Ом, $R_2 = R_3 = 2$ Ом, $R_4 = 4$ Ом.



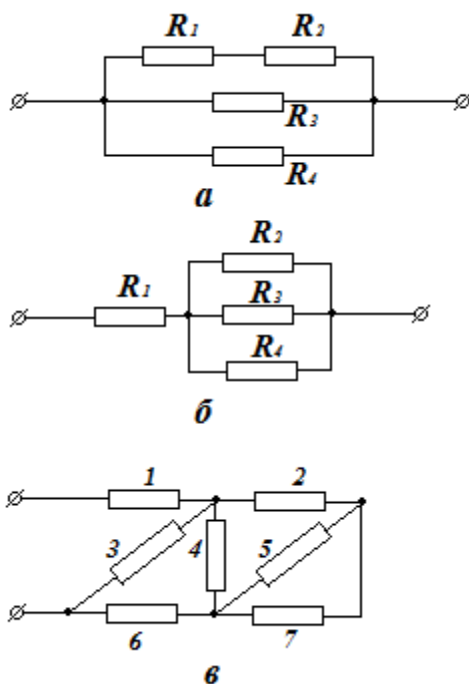
8 Какова мощность тока в каждом из резисторов? Сопротивление каждого резистора равно $R = 10$ Ом. Участок цепи находится под напряжением $U = 30$ В.



9 Параллельно соединенные резисторы с сопротивлениями $R = 36 \text{ Ом}$ и $3R$ соединены последовательно с другими параллельно соединенными резисторами сопротивлениями $2R$ и $4R$. Цепь подключена к сети с постоянным напряжением. На резисторе с сопротивлением R выделяется мощность $P = 81 \text{ Вт}$. Какая мощность выделяется в резисторе $4R$?

10 Четыре проводника сопротивлениями 1 Ом , 2 Ом , 3 Ом , 4 Ом соединили так, что общее сопротивление цепи оказалось равным 1 Ом . Какая тепловая мощность выделяется в проводнике сопротивлением 2 Ом , когда через проводник сопротивлением 3 Ом течет ток 3 А ?

11 Цепь собрана из одинаковых резисторов. В каком из резисторов выделяется наибольшая тепловая мощность?



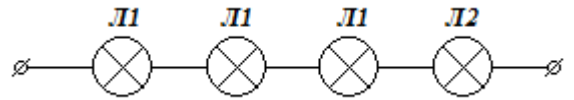
Пример 3

Помещение освещают четыре последовательно соединенные лампы, на каждой из которых написано « 12 В , 25 Вт ». Лампы горят нормальным накалом. Одна из ламп перегорела, и ее заменили на лампой, на которой напи-

сано «12 В, 40 Вт». Будет ли новая лампа светить ярче других? Как изменится общая потребляемая мощность?

Решение

Понятно, что для расчета тепловой мощности в каждой лампе, необходимо рассчитать силу тока в «новой» цепи. Для этого нужно знать общее напряжение и общее сопротивление цепи.



Если лампы горели нормальным накалом, то напряжение на каждой из них было равно номинальному напряжению, указанному на лампе – 12 В.

Общее напряжение на лампах $U_{об} = 4U_1 = 4 \cdot 12 = 48(\text{В})$. Очевидно, что это напряжение, останется прежним при замене сгоревшей лампы на новую.

Сопротивление лампы Л1 найдем, зная номинальное напряжение и номинальную мощность:

$$P_{ном1} = \frac{U_{ном}^2}{R_1} \Rightarrow R_1 = \frac{U_{ном}^2}{P_{ном1}} = \frac{12^2}{25} = 5,76(\text{Ом})$$

Аналогично находим сопротивление лампы Л2:

$$P_{ном2} = \frac{U_{ном}^2}{R_2} \Rightarrow R_2 = \frac{U_{ном}^2}{P_{ном2}} = \frac{12^2}{40} = 3,6(\text{Ом})$$

Общее сопротивление «новой» цепи

$$R_{об} = 3R_1 + R_2 = 3 \cdot 5,76 + 3,6 = 20,88(\text{Ом}).$$

Силу тока в цепи находим из закона Ома $I = \frac{U_{об}}{R_{об}} = \frac{48}{20,88} \approx 2,3(\text{А})$.

Мощность тока в лампах

$$P_1 = I^2 R_1 = 2,3^2 \cdot 5,76 \approx 30,5 \text{ (Вт)}$$

$$P_2 = I^2 R_2 = 2,3^2 \cdot 3,6 \approx 19 \text{ (Вт)}$$

Видим, что при замене лампы «старые» лампы стали потреблять мощность, большую номинальной ($30,5 \text{ Вт} > 25 \text{ Вт}$). «Новая» лампа, наоборот, потребляет мощность, меньшую номинальной ($19 \text{ Вт} < 40 \text{ Вт}$). Кроме того, «новая» лампа горит более тускло, чем «старые» ($19 \text{ Вт} < 30,5 \text{ Вт}$).

Общая мощность, потребляемая цепью

$$P = 3P_1 + P_2 = 3 \cdot 30,5 + 19 = 110,5 \text{ (Вт)}.$$

До замены лампы цепь потребляла мощность $4 \cdot 25 = 100 \text{ Вт}$. После замены лампы потребляемая цепью мощность увеличилась. Вероятнее всего, срок службы «старых» ламп в таком режиме существенно сократится. «Новая» лампа, наоборот, работает в щадящем режиме.

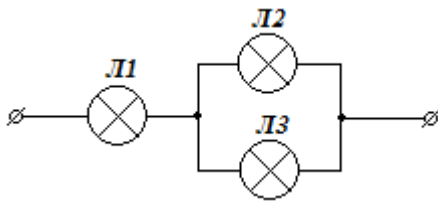
12 На электрической лампочке написано «9 В, 12 Вт». Как подключить эту лампочку к источнику постоянного напряжения 18 В, чтобы она горела нормальным накалом?

13 Две лампы мощностями 40 Вт и 100 Вт, рассчитанные на номинальное напряжение 220 В, соединены последовательно и включены в городскую сеть. Какую тепловую мощность потребляет каждая из ламп в этом режиме? Какая лампа горит ярче?

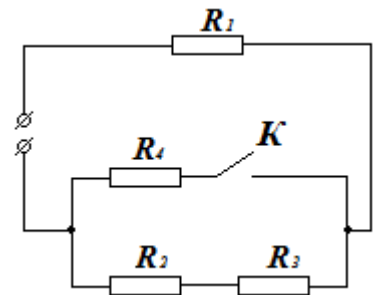
14 Перегоревшую спираль электрической плитки укоротили на 10% и включили в сеть. Как изменилась мощность, потребляемая плиткой? Что можно сказать о длительности работы плитки в таком режиме?

15 Елочная гирлянда состоит из 20 последовательно соединенных одинаковых лампочек. Одна из ламп перегорела, ее удалили и замкнули образовавшийся разрыв в цепи. Как изменилась мощность, потребляемая каждой лампой и гирляндой в целом, при включении в сеть?

16 Как изменится мощность тока в лампах 1 и 2, если лампа 3 перегорит? Лампы одинаковые, считать сопротивление ламп неизменным. Напряжение сети неизменно.



17 Как изменится мощность тока в каждом резисторе, если замкнуть ключ К? Сопротивление всех резисторов одинаково и не зависит от протекающего по резистору тока. Напряжение сети неизменно.



Пример 4

Кипятильник с КПД 80 % изготовлен из нихромовой проволоки сечением $0,84 \text{ мм}^2$ и включен в сеть с напряжением 220 В. За 20 мин с его помощью было нагрето 4 л воды от $10 \text{ }^\circ\text{C}$ до $90 \text{ }^\circ\text{C}$. Какова длина проволоки, из которой изготовлен нагреватель?

Решение

Записываем выражение для коэффициента полезного действия

$$\text{КПД} = \frac{\text{полезно преобразованная энергия}}{\text{затраченная энергия}}$$

Полезно преобразованная энергия – это тепло, пошедшее на нагрев воды

$$Q = cm(t_2 - t_1) = cDV(t_2 - t_1).$$

Затраченная электрическая энергия может быть рассчитана как работа электрического поля

$$A = \frac{U^2 t}{R} = \frac{U^2 t}{\frac{\rho l}{S}} = \frac{U^2 t S}{\rho l}.$$

Выражение для расчета КПД нагревателя принимает вид

$$\eta = \frac{Q}{A}$$

$$\eta = \frac{c\rho V(t_2 - t_1)}{\frac{U^2 t S}{\rho l}} = \frac{c\rho V(t_2 - t_1)\rho l}{U^2 t S}.$$

Из полученного выражения находим длину провода

$$l = \frac{\eta U^2 t S}{cDV(t_2 - t_1)\rho}.$$

Подставляем численные значения

$$l = \frac{0,8 \cdot 220^2 \cdot (20 \cdot 60) \cdot 0,84}{4200 \cdot 1000 \cdot 0,004 \cdot (90 - 10) \cdot 1,1} = 26,4(\text{м}).$$

18 Свинцовая проволока длиной 10 см и площадью сечения 2 мм² подключена к источнику, на клеммах которого поддерживается напряжение 20 В. Начальная температура проволоки 27 °С. Через какое время проволока

начнет плавиться, если считать, что все выделяемое в проволоке тепло идет на ее нагрев? Удельная теплоемкость свинца $130 \text{ Дж/кг}\cdot^{\circ}\text{C}$, температура плавления свинца 327°C .

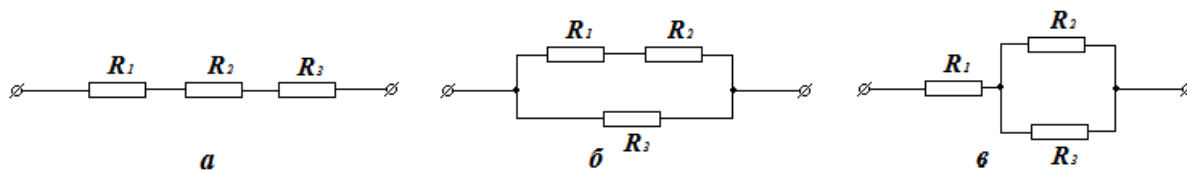
19 На электроплитке сопротивлением 20 Ом , рассчитанной на напряжение 220 В , нужно довести до кипения 3 л воды, начальная температура которой 20°C . Теплоемкость чайника $1000 \text{ Дж/кг}\cdot^{\circ}\text{C}$. Сколько времени будет длиться нагрев при отсутствии потерь тепла в окружающую среду? Как изменится результат, если КПД плитки равен 70% ?

20 Какой ток течет по нагревательному элементу электрического чайника, в котором $1,5 \text{ л}$ воды нагреваются до кипения за 5 мин ? Напряжение сети 220 В . Потерями тепла в окружающую среду пренебречь.

21 Требуется изготовить такой нагреватель из нихромовой проволоки, чтобы 2 кг воды можно было довести до кипения за 12 мин . Начальная температура воды 5°C , теплоемкость сосуда $500 \text{ Дж/кг}\cdot^{\circ}\text{C}$. Площадь сечения проволоки 1 мм^2 . Какой длины должна быть проволока нагревателя, если он будет включен в сеть с напряжением 220 В ? Потерями тепла в окружающую среду пренебречь.

Пример 5

Электроплитка имеет три секции с одинаковыми сопротивлениями. При параллельном соединении секций вода в чайнике закипает через $\tau = 6 \text{ мин}$. Через какое время закипит вода той же массы и той же начальной температуры, при соединении секций, показанном на рисунках. Потерями тепла в окружающую среду пренебречь.



Решение

Обозначим сопротивление одной секции R .

Тогда общее сопротивление электроплитки при параллельном соединении будет равным $R_{об} = \frac{R}{3}$.

В случае a) общее сопротивление равно $R_a = 3R$.

В случае b) общее сопротивление равно $R_b = \frac{2R \cdot R}{2R + R} = \frac{2R}{3}$.

В случае $в$) общее сопротивление равно $R_в = R + \frac{R}{2} = \frac{3R}{2}$.

Записываем уравнение теплового баланса – тепло, выделяемое нагревательным элементом плитки $Q_{Дж-Л}$, идет на нагрев воды $Q_{прин}$:

$$Q_{Дж-Л} = Q_{прин}.$$

По условию во всех четырех случаях нагревают одинаковое количество воды, следовательно, правая часть уравнения теплового баланса остается неизменной $Q_{прин} = const$.

Поскольку напряжение сети, к которой подключается плитка, остается неизменным, тепло Джоуля – Ленца в нагревательном элементе логичнее выразить через напряжение сети U

$$Q_{Дж-Л} = \frac{U^2}{R_{об}} \cdot \tau$$

Получаем систему

$$\begin{cases} Q_{Дж-Л} = \frac{3U^2}{R} \cdot \tau \\ Q_{Дж-Л} = \frac{U^2}{3R} \cdot \tau_a \\ Q_{Дж-Л} = \frac{3U^2}{2R} \cdot \tau_b \\ Q_{Дж-Л} = \frac{2U^2}{3R} \cdot \tau_в \end{cases}$$

Приравняем правые части первого и второго уравнений и находим время

$$\frac{3U^2}{R} \cdot \tau = \frac{U^2}{3R} \cdot \tau_a$$

$$\tau_a = 9\tau = 9 \cdot 6 = 54 \text{ (мин)}$$

Аналогично получаем

$$\frac{3U^2}{R} \cdot \tau = \frac{3U^2}{2R} \cdot \tau_6$$

$$\frac{3U^2}{R} \cdot \tau = \frac{2U^2}{3R} \cdot \tau_6$$

$$\tau_6 = 2\tau = 2 \cdot 6 = 12 \text{ (мин)}$$

$$\tau_6 = 4,5\tau = 4,5 \cdot 6 = 27 \text{ (мин)}$$

22 Если напряжение в сети $U_1 = 120$ В, то вода в чайнике закипает через $\tau_1 = 20$ мин. Если напряжение в сети $U_2 = 110$ В, то вода в чайнике закипает через $\tau_2 = 28$ мин. Считая сопротивление нагревательного элемента неизменным, определите, через какое время закипит вода при напряжении в сети $U_3 = 100$ В. Потерями тепла в окружающую среду пренебечь.

23 Электрический чайник имеет два нагревательных элемента. При включении одного из них вода в чайнике закипает через 10 мин, при включении другого – через 15 мин. Через какое время закипит вода в чайнике, если обе обмотки включить последовательно? параллельно? Потерями тепла в окружающую среду пренебечь, считать сопротивления элементов неизменным.

24 Электрический чайник имеет две обмотки. При включении первой вода закипает через 12 мин, при включении обеих обмоток последовательно то же количество воды закипает через 36 мин. Через какое время закипит во-

да, если включить только вторую обмотку? Обе обмотки параллельно? Теплообмен с окружающей средой не учитывать.

25 Нагреватель электрического чайника состоит из двух спиралей. При параллельном соединении спиралей вода в чайнике закипает в n раз быстрее, чем при последовательном соединении. Во сколько раз отличаются сопротивления спиралей? Каково наименьшее возможное значение числа n ?

Пример 6

Линия имеет сопротивление $r = 300$ Ом. Какое напряжение должен иметь генератор, чтобы при передаче по этой линии к потребителю мощности $N = 25$ кВт потери в линии не превышали 4 % передаваемой мощности?

Решение

Если потребитель каждую секунду получает энергию 25 кДж, то каждую секунду потери электроэнергии в линии составляют $N_{\text{потерь}} = 0,04N$.

Общая мощность, отдаваемая генератором, складывается из энергии, получаемой потребителем, и энергии, теряемой в линии:

$$N_{\text{общ}} = N_{\text{потерь}} + N = 0,04N + N = 1,04N.$$

Эту мощность можно рассчитать как $N_{\text{общ}} = IU$, где U – напряжение на клеммах генератора, I – ток в линии и потребителе.

Ток в линии можно рассчитать, зная тепловую мощность, выделяемую в линии

$$N_{\text{потерь}} = I^2 r \rightarrow 0,04N = I^2 r \rightarrow I = \sqrt{\frac{0,04N}{r}}.$$

Напряжение на клеммах генератора

$$U = \frac{N_{\text{общ}}}{I} = \frac{1,04N}{\sqrt{\frac{0,04N}{r}}} = 5,2\sqrt{rN}$$

$$U = 5,2\sqrt{300 \cdot 25 \cdot 10^3} = 14,2 \text{ (кВ)}.$$

26 От источника с напряжением $U = 750 \text{ В}$ необходимо передавать на нагрузку мощность $P = 5 \text{ кВт}$. Какое наибольшее сопротивление может иметь линия электропередачи, чтобы потери энергии в ней не превышали 10% от передаваемой мощности?

27 Линия электропередачи обладает погонным сопротивлением $0,02 \text{ Ом/км}$. Подсчитайте тепловые потери в линии при передаче мощности 200 кВт на расстояние 10 км при напряжении 240 В . Как изменятся потери в линии при напряжении $4,8 \text{ кВ}$?

Пример 7

При длительном пропускании тока $I_1 = 1 \text{ А}$ она нагрелась до $t_1 = 60 \text{ }^\circ\text{С}$. Какой будет температура нити накаливания t_2 при длительном пропускании тока $I_2 = 2 \text{ А}$? Комнатная температура $t_k = 20 \text{ }^\circ\text{С}$, теплоотдача с единицы поверхности пропорциональна разности температур проволоки и воздуха. Зависимостью сопротивления проволоки от температуры пренебречь.

Решение

Протекание тока по проволоке сопровождается тепловым действием. Между нагретой проволокой и окружающим воздухом начинается теплообмен. Температура проволоки перестает увеличиваться, когда тепловая мощность уравновесится мощностью потерь тепла в окружающую среду

$$P_{\text{Дж-Л}} = P_{\text{потерь}}.$$

По условию мощность потерь пропорциональна разности температур проволоки и воздуха. Тогда

$$I^2 R = k(t - t_k).$$

Записываем это выражение два раза

$$\begin{cases} I_1^2 R = k(t_1 - t_k) \\ I_2^2 R = k(t_2 - t_k) \end{cases}.$$

Делим второе уравнение на первое и из полученного уравнения находим t_2

$$\begin{aligned} \left(\frac{I_2}{I_1}\right)^2 &= \frac{(t_2 - t_k)}{(t_1 - t_k)} \rightarrow t_2 = \left(\frac{I_2}{I_1}\right)^2 (t_1 - t_k) + t_k \\ t_2 &= \left(\frac{2}{1}\right)^2 (60 - 20) + 20 = 180 \text{ (}^\circ\text{C)} \end{aligned}$$

28 При длительном пропускании тока $I_1 = 1$ А она нагрелась до $t_1 = 60$ $^\circ\text{C}$. Какова температура t_2 второй проволоки, имеющей ту же длину и вдвое больший радиус сечения, если она подключена последовательно к первой? Комнатная температура $t_k = 20$ $^\circ\text{C}$, теплоотдача с единицы поверхности пропорциональна разности температур проволоки и воздуха. Зависимостью сопротивления проволоки от температуры пренебречь.

29 При длительном пропускании тока через проволоку она нагрелась: при токе $I_1 = 1,4$ А до $t_1 = 55$ $^\circ\text{C}$, при токе $I_2 = 2,8$ А до $t_1 = 160$ $^\circ\text{C}$. До какой температуры нагреется проволока при силе тока $I_3 = 5,5$ А? Теплоотдача с единицы поверхности пропорциональна разности температур проволоки и воздуха. Зависимостью сопротивления проволоки от температуры пренебречь.

12.3 Преобразование электрической энергии в механическую энергию

Пример 1

Трамвай массой 22,5 т движется с постоянной скоростью 36 км/ч по горизонтальному участку дороги. Сила сопротивления движению составляет 0,01 от веса трамвая. Определите силу тока в моторе трамвая, если напряжение в линии 500 В, а КПД двигателя 75 %.

Решение

Записываем выражение для коэффициента полезного действия

$$\text{КПД} = \frac{\text{полезно преобразованная энергия}}{\text{затраченная энергия}} = \frac{\text{полезная мощность}}{\text{затраченная мощность}}$$

Двигатель потребляет электроэнергию, следовательно, затраченная мощность может быть рассчитана как

$$P_{\text{затр}} = UI.$$

Полезно преобразованная мощность – это механическая мощность, развиваемая двигателем $P_{\text{мех}} = F_{\text{тяги}} \cdot v$.

При равномерном движении сила тяги двигателя уравнивает силу сопротивления $F_{\text{тяги}} = F_{\text{сопр}} = 0,01mg$. Тогда механическая мощность, развиваемая двигателем, равна

$$P_{\text{мех}} = 0,01mg \cdot v.$$

Выражение для расчета КПД двигателя принимает вид

$$\eta = \frac{0,01mg \cdot v}{UI}.$$

Сила тока в обмотке двигателя

$$I = \frac{0,01mg \cdot v}{U\eta} = \frac{0,01 \cdot 22,5 \cdot 10^3 \cdot 10 \cdot 10}{500 \cdot 0,75} = 60(\text{А}).$$

1 Башенный кран равномерно поднимает груз массой 0,5 т на высоту 30 м за 2 мин. Сила тока в электродвигателе 16,5 А при напряжении 380 В. Определите КПД электродвигателя крана.

2 Транспортер поднимает за 1 мин груз массой 300 кг на высоту 8 м. КПД транспортера 60 %. Определите силу тока в электродвигателе транспортера, если напряжение в сети 380 В.

3 Трамвай развивает скорость 20 м/с при силе тяги двигателя 1,2 кН. Напряжение в контактной цепи 600 В, сила тока в двигателе 50 А. Каков КПД электродвигателя трамвая?

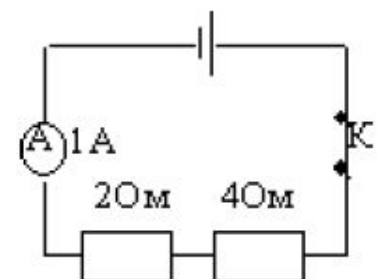
4 Электровоз, работающий при напряжении 3 кВ и потребляющий силу тока 1,6 кА, развивает при скорости 43 км/ч силу тяги 340 кН. Каков КПД двигателя электровоза? Чему равно сопротивление обмотки двигателя электровоза?

5 Троллейбус движется равномерно со скоростью 10 м/с. Найдите силу тяги двигателя троллейбуса, если при КПД, равном 80 %, и напряжении в контактной цепи 550 В по обмотке двигателя течет ток силой 50 А.

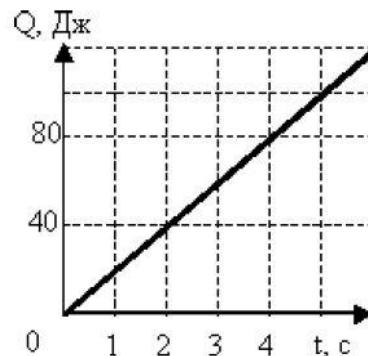
6 На участке пути электровоз развивает силу тяги 25 кН. При этом напряжение на двигателе 1 кВ и сила тока 600 А. Определите скорость движения электровоза, если известно, что КПД его двигателя 80 %?

12.4 Задания ЕГЭ

1 Изучая закономерности соединения резисторов, ученик собрал электрическую цепь, изображенную на рисунке. Какая энергия выделится во внешней части цепи при протекании тока в течение 10 минут? Необходимые данные указаны в схеме. Амперметр считать идеальным.



2 По резистору течет постоянный ток. На рисунке приведен график зависимости количества теплоты, выделяемого в резисторе, от времени. Сопротивление резистора 5 Ом. Чему равна сила тока в резисторе?



3 При прохождении по проводнику электрического тока силой 5 А в течение 2 мин совершается работа 150 кДж. Чему равно сопротивление проводника?

- 1) 0,02 Ом; 2) 50 Ом; 3) 3 кОм; 4) 15 кОм

4 Чему равно время прохождения тока по проводнику, если при напряжении на его концах 120 В совершается работа 540 кДж? Сопротивление проводника 24 Ом.

- 1) 0,64 с; 2) 1,56 с; 3) 188 с; 4) 900 с

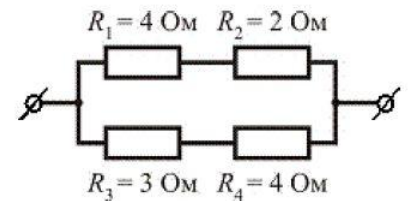
5 Две проволоки одинаковой длины из одного и того же материала включены последовательно в электрическую цепь. Сечение первой проволоки в 3 раза больше сечения второй. Количество теплоты, выделяемое в единицу времени в первой проволоке,

- 1) в 3 раза больше, чем во второй;
 2) в 3 раза меньше, чем во второй;
 3) в 9 раз больше, чем во второй;
 4) в $\sqrt{3}$ раз меньше, чем во второй

6 В электронагревателе с неизменным сопротивлением спирали, через который течет постоянный ток, за время t выделяется количество теплоты Q . Если силу тока и время t увеличить вдвое, то количество теплоты, выделившейся в нагревателе, будет равно

- 1) Q ; 2) $4Q$; 3) $8Q$; 4) $\frac{1}{2}Q$

7 На рисунке представлен участок электрической цепи. Каково отношение количеств теплоты $\frac{Q_2}{Q_3}$, выделившихся на резисторах R_2 и R_3 за одно и то же время?

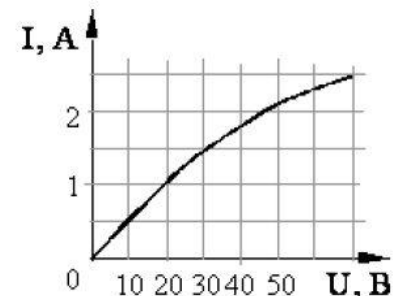


- 1) 0,44; 2) 0,67; 3) 0,9; 4) 1,5

8 Два резистора, имеющие сопротивления $R_1 = 3$ Ом и $R_2 = 6$ Ом, включены параллельно в цепь постоянного тока. Чему равно отношение мощностей $\frac{P_1}{P_2}$ электрического тока, выделившихся в этих резисторах?

- 1) 1 : 1; 2) 1 : 2; 3) 2 : 1; 4) 4 : 1

9 На рисунке показан график зависимости силы тока в лампе накаливания от напряжения на ее клеммах. При напряжении 30 В мощность тока в лампе равна

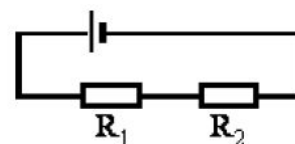


- 1) 135 Вт; 2) 67,5 Вт; 3) 45 Вт; 4) 20 Вт

10 На рисунке показан график зависимости силы тока в лампе накаливания от напряжения на ее клеммах. При силе тока 2 А ток в лампе за 3 с совершает работу

- 1) 90 Дж; 2) 10,8 кДж; 3) 270 Дж; 4) 360 Дж.

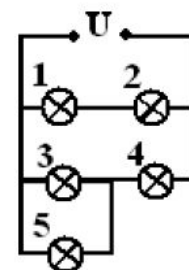
11 В электрической цепи, представленной на рисунке, тепловая мощность, выделяющаяся на резисторе $R_1 = 20$ Ом, равна 2 кВт. Мощность, выделяющаяся на резисторе $R_2 = 30$ Ом, равна



- 1) 1 кВт; 2) 2 кВт; 3) 3 кВт; 4) 4 кВт

12 В паспорте галогенной автомобильной лампы написано: «12 В, 100 Вт». Какова сила электрического тока, текущего через работающую лампу? 1) 0,12 А; 2) 8,33 А; 3) 833 мА; 4) 1200 А

13 На цоколе автомобильной лампочки обозначены два числа: 12 В, 20 Вт. Какую работу совершает электрический ток за 10 мин свечения лампы при ее работе в сети напряжением 12 В? 1) 12000 Дж; 2) 2400 Дж; 3) 240 Дж; 4) 20 Дж



14 Какая лампа (смотри рисунок) горит ярче других (все лампы имеют одинаковое сопротивление)

- 1) 5; 2) 2; 3) 3; 4) 4; 5) 1

15 К однородному медному цилиндрическому проводнику длиной 40 м приложили разность потенциалов 10 В. Каким будет изменение температуры проводника ΔT через 15 с? Изменением сопротивления проводника и рассеянием тепла при его нагревании пренебречь. (Удельное сопротивление меди $1,7 \cdot 10^{-8}$ Ом·м.)

Список использованных источников

1 Генденштейн, Л.Э. Задачи по физике для основной школы с примерами решений. 7 - 9 классы / Л.Э. Генденштейн, Л.А. Кирик, И.М.Гельфгат: [под ред.В.А.Орлова]. – М.: Илекса, 2010. – 416 с. - ISBN 978-5-89237-153-7

2 Кондратьев, А.С. Физика. Сборник задач / А.С. Кондратьев, В.М. Уздин. – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2005. – 392 с. – ISBN 5-9221-0579-5

3 Задачник по физике: учеб. пособие / И.И. Воробьев, [и др.]: под ред. О.Я. Савченко. – 2-е изд., перераб. – М.: Наука. Гл. ред. Физ.-мат. Лит. 1988. - 416 с., ил.

4 Турчинина, Н.В. Физика: 3800 задач для школьников и поступающих в вузы/ Н.В. Турчинина, Л.И. Рудакова, О.И. Суворов. – М.: Дрофа, 2000.- 672 с.: ил. – (Большая библиотека «Дрофы»).