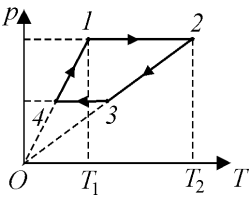
Задача 1



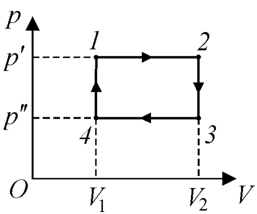
С массой $m = 80$ г идеального газа, молярная масса которого $M = 28$ г/моль, совершается циклический процесс, изображенный на рисунке. Какую работу A совершает такой двигатель за один цикл, если $T_1 = 300$ К, $T_2 = 1000$ К, а при нагревании на участке *4 – 1* давление газа увеличивается в 2 раза? Универсальная газовая постоянная $R = 8{,}3$ Дж/(моль·К).

Идея. Воспользуйтесь уравнением состояния идеального газа и методом расчета работы газа с помощью pV-диаграммы.

Указание 1. Изобразите график процесса в переменных p и V (постройте pV-диаграмму процесса).

Указание 2. Используйте уравнение состояния газа, чтобы выразить работу газа через температуры в точках *1*, *2*, *3*, *4*.

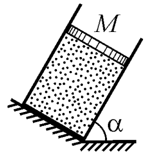
Решение. Для вычисления работы газа удобно перерисовать график процесса в виде pV-диаграммы (см. рисунок), откуда видно, что $A = (p' - p'')(V_2 - V_1)$. Используя



уравнение состояния газа, запишем последнее равенство в виде $A = \dfrac{m}{M} R(T_2 - T_3 - T_1 + T_4)$. Поскольку объемы газа на участках *2 – 3* и *4 – 1* постоянны, имеем $\dfrac{T_1}{T_4} = \dfrac{T_3}{T_3} = \dfrac{p'}{p''} = 2.$ Отсюда $T_4 = T_1/2$, $T_3 = T_2/2$. Подставляя найденные значения температуры в выражение для работы, получаем $A = \dfrac{m}{2M} R(T_2 - T_1) \approx 8{,}3$ кДж.

Ответ. $A = \dfrac{m}{2M} R(T_2 - T_1) \approx 8{,}3$ кДж.

Задача 2

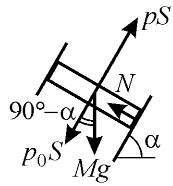


В закрепленном под углом $\alpha = 60°$ к горизонту цилиндре может без трения двигаться поршень массой $M = 10$ кг и площадью $S = 50$ см^2. Под поршнем находится идеальный одноатомный газ. Газ нагревают так, что поршень перемещается на расстояние $l = 5$ см. Какое количество теплоты Q было сообщено газу? Атмосферное давление $p_0 = 10^5$ Па, ускорение свободного падения $g = 10$ м/с^2.

Идея. Воспользуйтесь выражением для теплоемкости идеального одноатомного газа в изобарном процессе.

Указание 1. Запишите уравнения начального и конечного состояний газа.

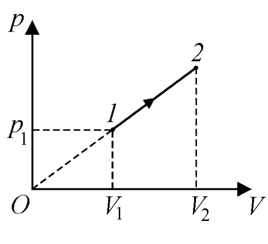
Указание 2. Используйте условие равновесия поршня.



Решение. При нагревании газ перемещает поршень, совершая изобарное расширение. Поскольку молярная теплоемкость идеального одноатомного газа при постоянном давлении $C_p = \frac{5}{2}R$, количество теплоты, сообщенное газу, равно $Q = \frac{5}{2}\nu R\Delta T$, где ν – число молей газа, ΔT – изменение его температуры. Записывая уравнения начального и конечного состояний газа, имеем $pV = \nu RT$, $p(V + lS) = \nu R(T + \Delta T)$, где p – давление газа, V – начальный объем газа, T – его начальная температура. Отсюда $\nu R\Delta T = plS$. Для определения давления газа воспользуемся условием равновесия поршня под действием сил, модули и направления которых изображены на рисунке, где Mg – модуль силы тяжести, N – модуль силы реакции цилиндра, pS – модуль силы давления газа, p_0S – модуль силы атмосферного давления. В проекции на направление, перпендикулярное поршню, имеем $pS = p_0S + Mg\sin\alpha$. Объединяя записанные выражения, получаем $Q = \frac{5}{2}l\left(p_0S + Mg\sin\alpha\right) \approx 73{,}38$ Дж.

Ответ. $Q = \frac{5}{2}l\left(p_0S + Mg\sin\alpha\right) \approx 73{,}38$ Дж.

Задача 3



Найти количество теплоты ΔQ, переданное идеальному одноатомному газу при переводе его из состояния *1* в состояние *2*, как показано на рисунке. При расчете принять $p_1 = 100$ кПа, $V_1 = 2$ л, $V_2 = 4$ л.

Идея. Воспользуйтесь первым законом термодинамики.

У к а з а н и е 1. Определите изменение внутренней энергии газа в заданном процессе.

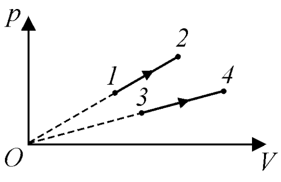
У к а з а н и е 2. Для вычисления работы газа используйте метод pV-диаграмм.

Р е ш е н и е. Изменение внутренней энергии в рассматриваемом процессе $\Delta U = \frac{3}{2}\nu R(T_2 - T_1) = \frac{3}{2}\left(p_2V_2 - p_1V_1\right)$. Учитывая, что продолжение прямой, изображающей график процесса, проходит через начало координат (давление в этом процессе пропорционально объему), имеем $p_2 = p_1V_2/V_1$. Следовательно, $\Delta U = \frac{3}{2}p_1V_1\left(\frac{V_2^2}{V_1^2} - 1\right)$. Работа газа в этом процессе численно равна площади трапеции: $A = \frac{1}{2}(p_2 + p_1)(V_2 - V_1) = \frac{1}{2}p_1V_1\left(\frac{V_2^2}{V_1^2} - 1\right)$. Количество теплоты, полученное газом, $\Delta Q = \Delta U + A$. Следовательно, $\Delta Q = \Delta U + A = 2p_1V_1\left(\frac{V_2^2}{V_1^2} - 1\right) = \frac{2p_1}{V_1}(V_2^2 - V_1^2) = 1{,}2$ кДж.

О т в е т. $\Delta Q = \frac{2p_1}{V_1}(V_2^2 - V_1^2) = 1{,}2$ кДж.

Задача 4

На рисунке изображены pV-диаграммы двух процессов, проводимых над одним и тем же идеальным одноатомным газом. Масса газа, участвующего в процессе *1 – 2*, в $k = 2$ раза больше, чем масса газа, с которым проводится процесс *3 – 4*. Температура в точке *1* равна температуре в точке *3*, а температура в точке *2* равна температуре в точке *4*. Найти отношение n количеств теплоты, получаемых газом в процессах *1 – 2* и *3 – 4*.



И д е я. Воспользуйтесь первым законом термодинамики.

У к а з а н и е 1. Определите изменение внутренней энергии газа в заданных процессах.

У к а з а н и е 2. Для вычисления работы газа используйте метод pV-диаграмм.

Р е ш е н и е. Рассмотрим вначале процесс *1 – 2*. Изменение внутренней энергии газа и работа, совершенная газом в этом процессе, соответственно равны $\Delta U_{12} = \frac{3}{2}\nu_1 R(T_2 - T_1)$, $A_{12} = \frac{p_1 + p_2}{2}(V_2 - V_1)$. Здесь ν_1 – число молей газа, участвующего в процессе *1 – 2*; p_i, V_i, T_i – давление, объем и температура газа в точке i ($i = 1, 2$). Поскольку точки *1* и *2* лежат на прямой, проходящей через начало координат, справедливо равенство $\frac{p_1}{V_1} = \frac{p_2}{V_2}$. Используя это равенство, а также уравнения состояния газа в точках *1* и *2* $p_1V_1 = \nu_1 RT_1$, $p_2V_2 = \nu_1 RT_2$, выражение для работы газа легко преобразовать к виду $A_{12} = \frac{1}{2}\nu_1 R(T_2 - T_1)$. Из первого закона термодинамики следует, что количество теплоты, полученное газом в процессе *1 – 2*, равно $Q_{12} = \Delta U_{12} + A_{12} = 2\nu_1 R(T_2 - T_1)$. Рассуждая аналогично, находим количество теплоты, полученное газом в процессе *3 – 4* $Q_{34} = 2\nu_2 R(T_4 - T_3)$, где ν_2 – количество газа, участвующего в этом процессе. Поскольку по условию задачи $T_3 = T_1$, $T_4 = T_2$, выражение для Q_{34} преобразуется к виду $Q_{34} = 2\nu_2 R(T_2 - T_1)$. Объединяя полученные соотношения, находим $n = \frac{Q_{12}}{Q_{34}} = \frac{\nu_1}{\nu_2} = \frac{m_1}{m_2} = k = 2$.

Ответ. $n = k = 2$.

Задача 5

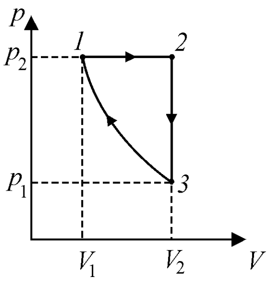
С идеальным одноатомным газом совершается циклический процесс. Из начального состояния $p_2 = 1{,}6$ МПа и $V_1 = 2$ л газ расширяется при постоянном давлении до объема $V_2 = 16$ л. Затем при постоянном объеме V_2 давление газа уменьшается до такой величины $p_1 = 50$ кПа, что из состояния p_1, V_2 газ приводится в начальное состояние адиабатическим сжатием. Найти работу *A*, совершенную газом за цикл.

Идея. Воспользуйтесь первым законом термодинамики.

Указание 1. Работу газа на участке *1 – 2* определите методом *pV*-диаграмм.

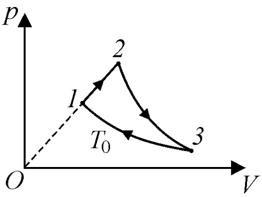
Указание 2. Работу над газом на участке *3 – 1* найдите по изменению внутренней энергии газа на этом участке.

Решение. *pV*-диаграмма рассматриваемого процесса изображена на рисунке. На участке *1 – 2* газ совершает работу $A_{12} = p_2(V_2 - V_1)$. На участке *2 – 3* работа газа $A_{23} = 0$. Для вычисления работы, совершенной над газом при адиабатическом сжатии на участке *3 – 1*, воспользуемся соотношением $A_{31} = -\Delta U_{31} = -\frac{3}{2}\nu R(T_1 - T_3)$, где U – внутренняя энергия газа, ν – количество молей газа. Привлекая уравнение Менделеева–Клапейрона, находим, что $A_{31} = \frac{3}{2}(p_1 V_2 - p_2 V_1)$. Поскольку $A = A_{12} + A_{23} + A_{31}$, получаем $A = p_2 V_2 + \frac{3}{2} p_1 V_2 - \frac{5}{2} p_2 V_1 = 18{,}8$ кДж.



Ответ. $A = p_2 V_2 + \frac{3}{2} p_1 V_2 - \frac{5}{2} p_2 V_1 = 18{,}8$ кДж.

Задача 6



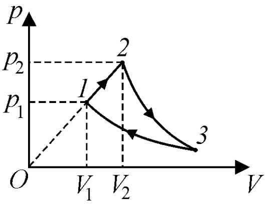
С одним молем идеального одноатомного газа проводят цикл, показанный на рисунке. На участке *1 – 2* объем газа увеличивается в $m = 2$ раза. Процесс *2 – 3* – адиабатическое расширение, процесс *3 – 1* – изотермическое сжатие при температуре $T_0 = 300$ К. Найти работу A газа на участке *2 – 3*. Универсальная газовая постоянная $R = 8{,}3$ Дж/(моль·К).

Идея. Используйте первый закон термодинамики.

Указание 1. Работу газа на участке *2 – 3* найдите по изменению внутренней энергии газа на этом участке.

Указание 2. Запишите уравнения состояния в точках *1* и *2*. Используйте линейную зависимость $p(V)$ в процессе *1 – 2*.

Решение. *pV*-диаграмма рассматриваемого процесса изображена на рисунке. Для



вычисления работы, совершенной газом при адиабатическом расширении на участке *2 – 3*, воспользуемся соотношением $A_{23} = -\Delta U_{23} = \frac{3}{2}\nu R(T_2 - T_0)$, где U – внутренняя энергия газа, ν – количество молей газа. Обозначив через p_1, V_1 и p_2, V_2 давление и объемы газа в точках *1* и *2* соответственно, запишем уравнения состояния газа в этих точках: $p_1V_1 = \nu RT_0$, $p_2V_2 = \nu RT_2$. Поскольку $p_2 = mp_1$, $V_2 = mV_1$, из этих уравнений следует, что $T_2 = m^2T_0$. Следовательно, $A = \frac{3}{2}R(m^2 - 1)T_0 = 11{,}2$ кДж.

Ответ. $A = \frac{3}{2}R(m^2 - 1)T_0 = 11{,}2$ кДж.

Задача 7

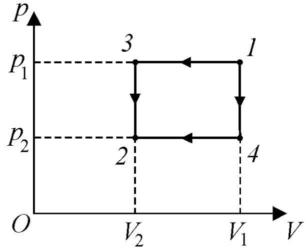
Идеальный газ переводят из состояния p_1, V_1 в состояние p_2, V_2 двумя разными способами. В первый раз переход совершается сначала по изобаре, а затем по изохоре, а во второй – сначала по изохоре, а затем по изобаре. Найти разность количеств теплоты ΔQ, выделившейся при этих переходах. При расчетах положить $p_1 = 2 \cdot 10^5$ Па, $V_1 = 4$ м^3, $p_2 = 10^5$ Па, $V_2 = 2$ м^3.

Идея. Воспользуйтесь первым законом термодинамики.

Указание 1. Изобразите на рисунке *pV*-диаграммы совершаемых процессов.

Указание 2. Учтите, что начальное и конечное состояния в рассматриваемых процессах совпадают.

Решение. pV-диаграммы совершаемых переходов изображены на рисунке. Согласно первому закону термодинамики, в этих переходах выделяются следующие количества теплоты: $Q_{132} = A_{132} + \Delta U_{132}$, $Q_{142} = A_{142} + \Delta U_{142}$. Поскольку начальное и конечное состояния в рассматриваемых процессах совпадают, изменения внутренней энергии в них одинаковы: $\Delta U_{132} = \Delta U_{142}$. Следовательно, $\Delta Q = A_{132} - A_{142}$, т.е. $\Delta Q = (p_1 - p_2)(V_1 - V_2) = 2 \cdot 10^5$ Дж.



Ответ. $\Delta Q = (p_1 - p_2)(V_1 - V_2) = 2 \cdot 10^5$ Дж.

Задача 8

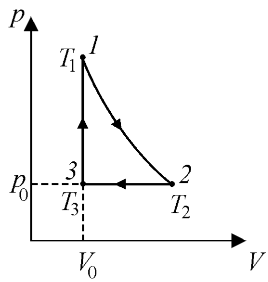
С идеальным одноатомным газом совершается циклический процесс. Масса газа $m = 60$ г, его молярная масса $M = 20$ г/моль. Из начального состояния газ адиабатически расширяется, причем его температура изменяется от $T_1 = 400$ К до $T_2 = 64$ К. Затем газ изобарически сжимают при давлении $p_0 = 200$ кПа до первоначального объема $V_0 = 500$ см^3. Цикл замыкается изохорой $V = V_0$. Каково суммарное количество теплоты Q, которое газ получил и отдал за цикл?

Идея. Воспользуйтесь первым законом термодинамики.

Указание 1. Изобразите pV-диаграмму процесса. Найдите количества теплоты, которые газ отдает и получает на отдельных участках.

Указание 2. Воспользуйтесь уравнением состояния идеального газа.

Решение. Используя обозначения, приведенные на рисунке, находим количества теплоты, которые газ отдает и получает на отдельных участках: $Q_{12} = 0$, $Q_{23} = \frac{5}{2}\frac{m}{M}R(T_3 - T_2)$, $Q_{31} = \frac{3}{2}\frac{m}{M}R(T_1 - T_3)$. Из уравнения состояния в точке 3 следует, что $\frac{m}{M}RT_3 = p_0V_0$. Учитывая, что искомое количество теплоты равно $Q = Q_{12} + Q_{23} + Q_{31}$, находим $Q = \frac{m}{M} \cdot \frac{R}{2}(3T_1 - 5T_2) + p_0V_0 = 11{,}1$ кДж.



Ответ. $Q = \frac{m}{M} \cdot \frac{R}{2}(3T_1 - 5T_2) + p_0V_0 = 11{,}1$ кДж.

Задача 9

Теплоизолированный сосуд объемом $V = 0{,}5$ м^3 содержит одноатомный газ, молярная масса которого $M = 4$ г/моль. В сосуд вводится дополнительно $m = 1$ г такого же газа при температуре $T = 400$ К. На какую величину Δp изменится давление? Универсальная газовая постоянная $R = 8{,}3$ Дж/(моль·К).

Идея. Используйте уравнение состояния идеального газа и первый закон термодинамики.

Указание 1. Запишите уравнение состояния газа в начальном и в конечном состояниях.

Указание 2. Используйте тот факт, что сосуд теплоизолирован и газ работу не совершает.

Решение. Пусть p_0, m_0 и T_0 – начальные давление, масса и температура газа в сосуде. Уравнение начального состояния газа имеет вид $p_0 V = \frac{m_0}{M} R T_0$. Обозначив через T_1 температуру, установившуюся в сосуде после введения в него дополнительной порции газа, запишем уравнение конечного состояния газа: $(p_0 + \Delta p)V = \frac{m_0 + m}{M} R T_1$. Поскольку сосуд теплоизолирован и газ работу не совершает, из первого закона термодинамики следует соотношение $\frac{3}{2}\frac{m_0}{M} R T_0 + \frac{3}{2}\frac{m}{M} R T = \frac{3}{2}\frac{m_0 + m}{M} R T_1$, откуда $T_1 = \frac{m_0 T_0 + m T}{m_0 + m}$. Объединяя записанные выражения, получаем $\Delta p = \frac{m}{M}\cdot\frac{RT}{V} = 1{,}66\cdot 10^3$ Па.

Ответ. $\Delta p = \frac{m}{M}\cdot\frac{RT}{V} = 1{,}66\cdot 10^3$ Па.

Задача 10

Два сосуда содержат одноатомный идеальный газ. Масса газа в первом сосуде $m_1 = 20$ г, его температура $T_1 = 300$ К. Второй сосуд содержит такой же газ массой $m_2 = 30$ г при температуре $T_2 = 400$ К. Сосуды соединяют трубкой. Пренебрегая объемом трубки и теплообменом с окружающей средой, найти температуру газа T, установившуюся в сосудах.

Идея. Воспользуйтесь первым законом термодинамики.

Указание. Используйте тот факт, что сосуды теплоизолированы и газ работу не совершает.

Решение. Поскольку сосуды теплоизолированы и газ не совершает работу, внутренняя энергия газа в процессе теплообмена остается постоянной. Следовательно, $\frac{3}{2}\cdot\frac{m_1}{M} R T_1 + \frac{3}{2}\cdot\frac{m_2}{M} R T_2 = \frac{3}{2}\cdot\frac{m_1 + m_2}{M} R T$, где M – молярная масса газа. Отсюда находим $T = \frac{m_1 T_1 + m_2 T_2}{m_1 + m_2} = 360$ К.

Ответ. $T = \dfrac{m_1 T_1 + m_2 T_2}{m_1 + m_2} = 360$ К.

Задача 11

Сосуд содержит $m = 1{,}28$ г гелия при температуре $t = 27$ °C. Во сколько раз β изменится среднеквадратичная скорость молекул гелия, если при его адиабатическом сжатии совершить работу $A = 252$ Дж? Молярная масса гелия $M = 4$ г/моль. Универсальная газовая постоянная $R = 8{,}3$ Дж/(моль·К).

Идея. Воспользуйтесь первым законом термодинамики.

Указание 1. Запишите связь между среднеквадратичной скоростью молекул и температурой газа.

Указание 2. Используйте связь между изменением внутренней энергии газа и совершенной над ним работой при адиабатическом процессе.

Решение. Среднеквадратичная скорость молекул газа определяется выражением $v_{\text{ср.кв}} = \sqrt{\dfrac{3kT}{m_0}}$, где k – постоянная Больцмана, T – абсолютная температура, m_0 – масса молекулы. Следовательно, искомое отношение равно $\beta = \sqrt{\dfrac{T_1}{T_0}}$, где T_1 – температура газа в конечном состоянии, $T_0 = t + 273\ ^\circ\text{C}$ – его температура в начальном состоянии. При адиабатическом сжатии газа изменение его внутренней энергии $\Delta U = \dfrac{3}{2}\dfrac{m}{M}R(T_1 - T_0) = A.$ Отсюда $T_1 = T_0 + \dfrac{2MA}{3mR}$ и $\beta = \sqrt{1 + \dfrac{2MA}{3mR(t + 273^\circ\text{C})}} = 1{,}3.$

Ответ. $\beta = \sqrt{1 + \dfrac{2MA}{3mR(t + 273^\circ\text{C})}} = 1{,}3.$

Задача 12

Два одинаковых сосуда, содержащие одинаковое количество атомов гелия, соединены трубкой с краном. В первом сосуде среднеквадратичная скорость атомов равна $v_1 = 500$ м/с, во втором – $v_2 = 1000$ м/с. Какова будет среднеквадратичная скорость v_3 атомов гелия, если открыть кран и сделать сосуды сообщающимися? Сосуды и трубка теплоизолированы.

Идея. Воспользуйтесь определением термодинамического равновесия.

Указание 1. Выразите внутреннюю энергию газа через среднеквадратичную скорость молекул газа.

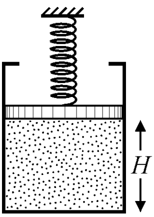
Указание 2. Учтите, что при тепловом равновесии температура во всех частях системы одинакова.

Решение. Внутренняя энергия гелия, который является одноатомным газом, до открывания крана равна $U_0 = N\dfrac{m_0 v_1^2}{2} + N\dfrac{m_0 v_2^2}{2}$, где N – число атомов гелия в каждом из сосудов, m_0 – масса атома гелия. После открывания крана в сосудах устанавливается тепловое равновесие, в результате чего средняя кинетическая энергия молекул становится одинаковой. Так как сосуды теплоизолированы и гелий при перемешивании не совершает работу, полная внутренняя энергия гелия не изменяется. Следовательно, $U_1 = 2N\dfrac{m_0 v_3^2}{2} = U_0$. Объединяя записанные равенства, получаем, что $v_3 = \sqrt{\dfrac{v_1^2 + v_2^2}{2}} \approx 790{,}6$ м/с.

Ответ. $v_3 = \sqrt{\dfrac{v_1^2 + v_2^2}{2}} \approx 790{,}6$ м/с.

Задача 13

В вертикально расположенном цилиндрическом сосуде под поршнем весом $P = 20$ Н



содержится идеальный одноатомный газ. Между поршнем и неподвижной опорой располагается пружина, жесткость которой $k = 200$ Н/м. Расстояние между поршнем и дном сосуда $H = 30$ см, при этом пружина не деформирована. Какое количество теплоты Q нужно сообщить газу, чтобы поршень переместился на расстояние $\Delta h = 10$ см? Атмосферное давление не учитывать.

Идея. Воспользуйтесь первым законом термодинамики.

Указание 1. Учтите, что расширяющийся газ совершает работу по подъему поршня и сжатию пружины.

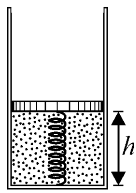
Указание 2. Запишите уравнения начального и конечного состояний газа и определите изменение внутренней энергии газа.

Решение. При нагревании газ будет расширяться, совершая работу по подъему поршня и сжатию пружины: $A = P\Delta h + \dfrac{k\Delta h^2}{2}$. Одновременно будет повышаться температура газа. Учитывая, что давление газа в начальном и конечном состояниях равно соответственно $p_1 = \dfrac{P}{S}$ и $p_2 = \dfrac{P}{S} + \dfrac{k\Delta h}{S}$, из уравнений состояния газа имеем $\dfrac{P}{S}HS = \nu RT_1$, $\left(\dfrac{P}{S} + \dfrac{k\Delta h}{S}\right)(H + \Delta h)S = \nu RT_2$. Из двух последних соотношений получаем $T_2 - T_1 = \dfrac{1}{\nu R}\left[(P + k\Delta h)(H + \Delta h) - PH\right]$. Поскольку $Q = \dfrac{3}{2}\nu R(T_2 - T_1) + A$, ответ имеет вид $Q = \dfrac{1}{2}(5P + 3kH + 4k\Delta h)\Delta h = 18$ Дж.

Ответ. $Q=\frac{1}{2}\left(5P+3kH+4k\Delta h\right)\Delta h=18$ Дж.

Задача 14

Невесомый поршень соединен с дном цилиндрического сосуда пружиной жесткостью $k=100$ Н/м. В сосуде под поршнем находится идеальный одноатомный газ. В начальном состоянии расстояние между поршнем и дном сосуда составляет $h=0{,}2$ м. Найти количество теплоты ΔQ, которое нужно сообщить газу, чтобы расстояние между поршнем и дном сосуда удвоилось. Считать, что пружина не деформирована при $h=0$. Атмосферное давление не учитывать.



Идея. Воспользуйтесь первым законом термодинамики.

Указание 1. Определите работу газа через изменение потенциальной энергии упругой деформации пружины.

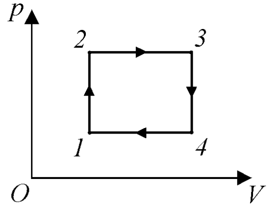
Указание 2. Запишите уравнения начального и конечного состояний газа и определите изменение его внутренней энергии.

Решение. В соответствии с первым законом термодинамики $\Delta Q=\Delta U+A$, где $\Delta U=\frac{3}{2}\nu R(T-T_0)$ – изменение внутренней энергии газа, $A=\frac{k}{2}(4h^2-h^2)$ – работа газа, равная изменению потенциальной энергии упругой деформации пружины. Из уравнения Менделеева–Клапейрона, записанного для начального и конечного состояний газа, находим $p_0V_0=\frac{kh}{S}hS=kh^2=\nu RT_0$, $pV=\frac{k2h}{S}2hS=4kh^2=\nu RT$. Следовательно, $\Delta U=\frac{9}{2}kh^2$. Учитывая, что $A=\frac{3}{2}kh^2$, получаем $\Delta Q=6kh^2=24$ Дж.

Ответ. $\Delta Q=6kh^2=24$ Дж.

Задача 15

В тепловом двигателе, рабочим телом которого является идеальный одноатомный газ, совершается циклический процесс, изображенный на рисунке. Отношение максимальной температуры газа к минимальной в этом цикле равно $n=4$, температуры в точках *2* и *4* совпадают. Найти коэффициент полезного действия двигателя η.



Идея. Воспользуйтесь определением коэффициента полезного действия двигателя.

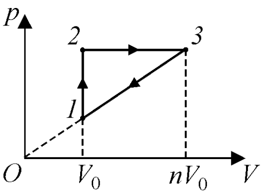
Указание 1. Используйте тот факт, что работа газа за цикл численно равна площади прямоугольника $1-2-3-4$.

Указание 2. Определите участки цикла, на которых газ получает теплоту, и найдите количество теплоты, полученное газом за цикл.

Решение. Работа газа за цикл численно равна площади прямоугольника $1-2-3-4$: $A=(p_2-p_1)(V_3-V_1)=\nu R(T_3-2T+T_1)$, где ν – число молей газа, $T=T_2=T_4$. Поскольку газ получает теплоту на участках $1-2$ и $2-3$, полное количество теплоты, полученное газом за цикл, равно $Q_п=\frac{3}{2}\nu R(T-T_1)+\frac{5}{2}\nu R(T_3-T)$. Следовательно, $\eta=\frac{A}{Q_п}=\frac{2(T_3-2T+T_1)}{5T_3-2T-3T_1}$. Из уравнений изохорных процессов $1-2$ и $4-3$ с учетом того, что точки 2, 3 и 1, 4 лежат на изобарах, вытекает, что $\frac{T_2}{T_1}=\frac{T_3}{T_4}$. Отсюда $T=\sqrt{T_1T_3}$. По условию задачи $\frac{T_3}{T_1}=n$. Следовательно, $\eta=\frac{2(n-2\sqrt{n}+1)}{5n-2\sqrt{n}-3}=\frac{2}{13}\approx 15{,}4\%$.

Ответ. $\eta=\frac{2(n-2\sqrt{n}+1)}{5n-2\sqrt{n}-3}=\frac{2}{13}\approx 15{,}4\%$.

Задача 16



В тепловом двигателе, рабочим телом которого является идеальный одноатомный газ, совершается циклический процесс, изображенный на рисунке. Отношение максимального объема газа к минимальному в этом цикле равно $n=3$. Найти коэффициент полезного действия двигателя η.

Идея. Воспользуйтесь определением коэффициента полезного действия двигателя.

Указание 1. Используйте тот факт, что работа газа за цикл численно равна площади треугольника $1-2-3$.

Указание 2. Определите участки цикла, на которых газ получает теплоту, и найдите количество теплоты, полученное газом за цикл.

Решение. Работа, совершаемая газом в циклическом процессе, равна $A=$ $=\frac{1}{2}(p_2-p_1)(nV_0-V_0)=\frac{1}{2}(n-1)^2p_1V_0$. Газ получает теплоту на участках $1-2$ и $2-3$, поэтому полное количество теплоты, полученное газом за цикл, равно $Q_п=\frac{3}{2}\nu R(T_2-T_1)+\frac{5}{2}\nu R(T_3-T_2)$, где ν – число молей газа. Используя уравнение состояния газа, это выражение можно преобразовать к виду $Q_п=\frac{1}{2}p_1V_0(n-1)(3+5n)$.

Следовательно, $\eta=\frac{A}{Q_п}=\frac{n-1}{3+5n}=\frac{1}{9}\approx 11{,}1\%$.

Ответ. $\eta = \dfrac{A}{Q_{п}} = \dfrac{n-1}{3+5n} = \dfrac{1}{9} \approx 11{,}1\%.$

Задача 17

Температура нагревателя идеальной тепловой машины $T_1 = 400$ К, температура холодильника $T_2 = 300$ К, количество теплоты, получаемое от нагревателя за цикл, $Q = 400$ Дж, число циклов в секунду $n = 2.$ С какой скоростью v будет перемещаться по горизонтальной дороге тележка, приводимая в движение такой машиной, если сила сопротивления $F = 100$ Н? Скорость тележки считать постоянной.

Идея. Воспользуйтесь определением коэффициента полезного действия двигателя.

Указание 1. Запишите выражение для КПД идеальной тепловой машины.

Указание 2. Используйте определение мощности в механике.

Решение. По определению КПД теплового двигателя $\eta = \dfrac{A}{Q}$, где A – работа газа за цикл, Q – количество теплоты, которое газ получает за цикл от нагревателя. Учитывая, что КПД идеальной тепловой машины $\eta = \dfrac{T_1 - T_2}{T_2}$, находим $A = Q\dfrac{T_1 - T_2}{T_1}$. Мощность $N = nA,$ развиваемая двигателем, расходуется на преодоление силы сопротивления при движении тележки: $N = Fv.$ Объединяя записанные выражения, получаем $v = \dfrac{nQ(T_1 - T_2)}{FT_1} = 2$ м/с.

Ответ. $v = \dfrac{nQ(T_1 - T_2)}{FT_1} = 2$ м/с.

Задача 18

Тепловая машина с максимально возможным КПД имеет в качестве нагревателя резервуар с кипящей водой при $t_1 = 100\,°\mathrm{C},$ а в качестве холодильника – сосуд со льдом при $t_2 = 0\,°\mathrm{C}.$ Какая масса льда m растает при совершении машиной работы $A = 10$ Дж? Удельная теплота плавления льда $\lambda = 334$ Дж/г.

Идея. Воспользуйтесь определением коэффициента полезного действия двигателя.

Указание. Запишите выражение для КПД идеальной тепловой машины.

Решение. Максимально возможный КПД достигается, если тепловая машина работает по циклу Карно. Он равен $\eta = \dfrac{T_1 - T_2}{T_2}$, где $T_1 = t_1 + 273\,°\mathrm{C},$ $T_2 = t_2 + 273\,°\mathrm{C}$ – абсолютные температуры нагревателя и холодильника. С другой стороны, по определению

КПД $\eta = \dfrac{A}{Q_{пол}}$, где $A = Q_{пол} - |Q_{отд}|$ – работа газа за цикл; $Q_{пол}$ – количество теплоты, полученное за цикл от нагревателя; $Q_{отд}$ – количество теплоты, отданное за цикл холодильнику. Из равенства $\dfrac{T_1 - T_2}{T_1} = \dfrac{Q_{пол} - |Q_{отд}|}{Q_{пол}}$ находим, что $|Q_{отд}| = Q_{пол} \cdot \dfrac{T_2}{T_1} = \dfrac{A}{\eta} \cdot \dfrac{T_2}{T_1}$. Отданная холодильнику теплота расходуется на таяние льда при температуре плавления. Следовательно, $|Q_{отд}| = m\lambda$. Объединяя записанные выражения, получаем $m = \dfrac{(t_2 + 273\,°\text{C})}{\lambda(t_1 - t_2)} A \approx 0{,}11$ г.

Ответ. $m = \dfrac{(t_2 + 273\,°\text{C})}{\lambda(t_1 - t_2)} A \approx 0{,}11$ г.

Задача 19

Когда легковой автомобиль едет с постоянной скоростью по горизонтальному шоссе, расход бензина составляет $\mu_1 = 7$ л/100 км. Каков будет расход бензина μ_2, если этот автомобиль поедет с той же скоростью вверх по наклонному участку шоссе, образующему угол $\alpha = 0{,}01$ рад с горизонтом? Качество дорожного покрытия на горизонтальном и наклонном участках шоссе одинаково. Масса автомобиля $M = 1000$ кг, коэффициент полезного действия двигателя $\eta = 30\%$, удельная теплота сгорания бензина $q = 42$ МДж/кг, плотность бензина $\rho = 0{,}7$ кг/л. Ускорение свободного падения принять $g = 10$ м/с^2. При расчетах положить $\sin\alpha \approx \alpha$.

Идея. Свяжите расход топлива с работой, совершенной двигателем.

Указание. Запишите выражение для работы двигателя на горизонтальном и наклонном участках дороги.

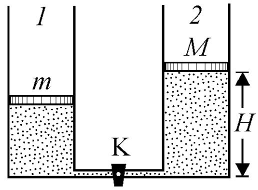
Решение. Пусть F – модуль результирующей всех сил сопротивления движению автомобиля. При перемещении автомобиля на расстояние l работа, совершенная двигателем, равна произведению количества теплоты, выделившейся при сгорании топлива, на коэффициент полезного действия двигателя: $A = \mu l \rho q \dfrac{\eta}{100\%}$. На горизонтальном участке шоссе длиной l эта работа равна по величине работе сил сопротивления $A_c = Fl$, т.е. $A_1 = \mu_1 \rho q \dfrac{\eta}{100\%} l = Fl$. На наклонном участке шоссе той же длины работа двигателя равна сумме величины работы сил сопротивления $A_c = Fl$ и приращения потенциальной энергии автомобиля в поле силы тяготения $\Delta E_п = Mgl\sin\alpha$. С учетом малости угла наклона шоссе к горизонту имеем $A_2 = \mu_2 \rho q \dfrac{\eta}{100\%} l = Fl + Mg\alpha l$. Объединяя эти равенства, находим, что $\mu_2 = \mu_1 + \dfrac{M\alpha g \cdot 100\%}{\rho q \eta}$.

Замечание. При подстановке числовых данных из условия задачи получаем, что последнее слагаемое в ответе имеет размерность л/м. Чтобы преобразовать его к требуемой размерности (л/100 км), нужно умножить его на 10^5.

Ответ. $\mu_2 = \mu_1 + \dfrac{M\alpha g \cdot 100\%}{\rho q \eta} \approx 8{,}13$ л/100 км.

Задача 20

В цилиндрическом сосуде *1* под поршнем массой $m = 5$ кг находится одноатомный идеальный газ. Сосуд *1* соединен трубкой, снабженной краном, с таким же сосудом *2*, в котором под поршнем массой $M = 10$ кг находится такой же газ. Сосуды и трубка теплоизолированы. В начальном состоянии кран К закрыт, температура газа в обоих сосудах одинакова, поршень в сосуде *2* расположен на высоте $H = 10$ см от дна. На какое расстояние Δh передвинется поршень в сосуде *1* после открывания крана? Объемом трубки с краном пренебречь, атмосферное давление не учитывать.



Идея. Воспользуйтесь первым законом термодинамики.

Указание 1. Найдите внутреннюю энергию газа в сосудах *1* и *2* в исходном состоянии системы.

Указание 2. Определите стационарное положение поршней после открывания крана.

Указание 3. Рассчитайте изменение внутренней энергии газа и совершенную в системе работу при переходе от начального к конечному состоянию.

Решение. При закрытом кране внутренние энергии газов в сосудах *1* и *2* равны соответственно $U_1 = \dfrac{3}{2}\nu RT = \dfrac{3}{2}pV = \dfrac{3}{2}\cdot\dfrac{mg}{S}hS = \dfrac{3}{2}mgh$, $U_2 = \dfrac{3}{2}MgH$, где h – первоначальная высота поршня в сосуде *1*. После открывания крана более тяжелый поршень, находящийся в сосуде *2*, опустится на дно, полностью вытеснив газ в сосуд *1*. В результате этого поршень в сосуде *1* поднимется на высоту Δh и внутренняя энергия газа в этом сосуде станет равной $U = \dfrac{3}{2}mg(h + \Delta h)$. Изменение внутренней энергии в системе равно $\Delta U = U - (U_1 + U_2) = \dfrac{3}{2}\left(mg\Delta h - MgH\right)$. Работа, совершенная системой и над системой, в сумме равна $A = mg\Delta h - MgH$. Поскольку система теплоизолирована, $\Delta U + A = 0$. Объединяя записанные выражения, получаем $\Delta h = \dfrac{M}{m}H = 20$ см.

Ответ. $\Delta h = \dfrac{M}{m}H = 20$ см.