

### 1.ИМПУЛЬС ТЕЛА

Импульсом или количеством движения называется произведение массы тела на его скорость.

$$\vec{F} = m\vec{a} = m \frac{\vec{V} - \vec{V}_0}{\Delta t} = \frac{m\vec{V} - m\vec{V}_0}{\Delta t} = \frac{\Delta \vec{p}}{\Delta t}$$

$\vec{p} = m\vec{V}$

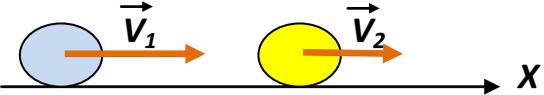
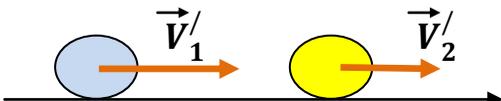
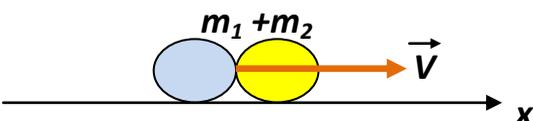
$$|p| = \frac{\text{кг*М}}{\text{с}} = \text{Нс}$$

Импульс –векторная величина – направление вектора  $\vec{P}$  совпадает с вектором  $\vec{V}$

$\Delta \vec{p} = m\Delta \vec{V} = \vec{F}\Delta t$

- изменение импульса тела равно импульсу силы.

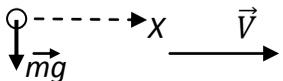
### 2.ЗАКОН СОХРАНЕНИЯ ИМПУЛЬСА

|   |   |
|---|---|
| <b>Рассмотрим взаимодействие шаров</b>  |   |
| <b>1.До взаимодействия</b>  |   |
|    | $m_1 > m_2; V_1 > V_2$ - условие<br>$\vec{V}_1$ и $\vec{V}_2$ - скорости до взаимодействия  |
| <b>2.После взаимодействия</b>   |   |
| <b>Упругий удар</b>   |   |
|    | $\vec{V}'_1$ и $\vec{V}'_2$ - скорости после взаимодействия<br>$\vec{F}_1 = -\vec{F}_2$ – по 3-му закону Ньютона<br>$\vec{F}_1 \Delta t = -\vec{F}_2 \Delta t$ – импульсы сил<br>$m_1 \vec{V}'_1 - m_1 \vec{V}_1 = -(m_2 \vec{V}'_2 - m_2 \vec{V}_2)$ |
| <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; display: inline-block; width: 80%; margin: auto;"> <math>m_1 \vec{V}_1 + m_2 \vec{V}_2 = m_1 \vec{V}'_1 + m_2 \vec{V}'_2</math> </div> |   |
| <b>Неупругий удар</b>   |   |
|    | <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; display: inline-block; width: 80%; margin: auto;"> <math>m_1 \vec{V}_1 + m_2 \vec{V}_2 = (m_1 + m_2) \vec{V}</math> </div>   |

**Геометрическая сумма импульсов тел, составляющих замкнутую систему, остается постоянной при любых взаимодействиях тел этой системы между собой.**

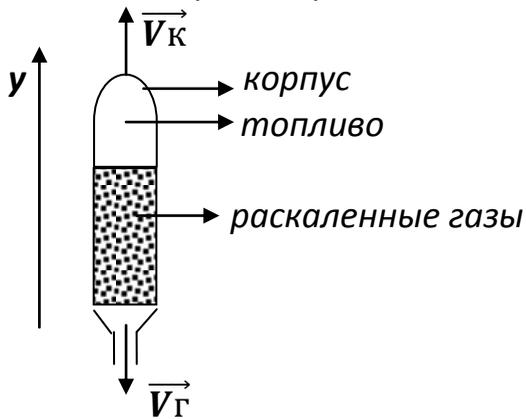
(замкнутая система – система, на которую не действуют внешние силы)

### 3. Границы применимости закона

| Замкнутая система | Незамкнутая система  |
|-------------------|--|
| - всегда          | 1. внешние силы уравновешиваются (напр. $\vec{N}$ и $m\vec{g}$ )                   |
|                   | 2. внешние силы малы по сравнению с внутренними ( $F_{\text{вн.}} \rightarrow 0$ ) |
|                   | 3. внешние силы по искомому направлению отсутствуют                                |
|                   |   |
|                   | 4. внешние силы велики, но время взаимодействия мало (взрывы, выстрелы, удары)     |

### 4. Реактивное движение

- движение тела, возникающее вследствие отделения от него части его массы с некоторой скоростью



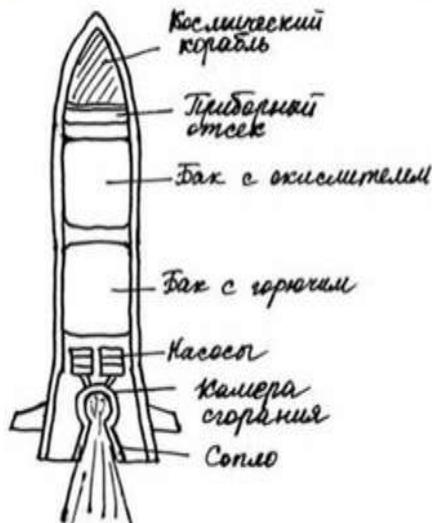
$$0 = -m_r V_r + m_k V_k$$

$$m_k V_k = m_r V_r$$

$$V_k = \frac{m_r}{m_k} V_r$$

Чтобы увеличить скорость корпуса, надо или увеличить скорость газов или увеличить массу газа или уменьшить массу корпуса

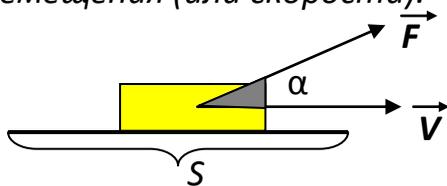
Устройство  
одноступенчатой ракеты



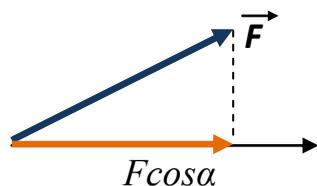
Устройство  
многоступенчатых ракет



- скалярная величина, равная произведению модуля силы, действующей на тело, на модуль перемещения и на косинус угла между векторами силы и перемещения (или скорости).



$$A = FS\cos\alpha$$



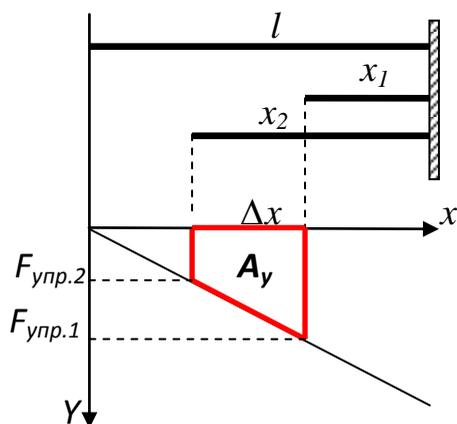
$$A = 1Н * 1м = 1Дж$$

2. Частные случаи

|   |  |  |
|---|--|--|
| 1. Направление силы совпадает с направлением движения тела                    |  | $\alpha = 0$<br>$A = FS$                           |
| 2. Сила направлена перпендикулярно к направлению движения тела                |  | $\alpha = 90^\circ; \cos\alpha = 0$<br>$A = 0$     |
| 3. Угол между направлением силы и направлением движения тупой.                |  | $\alpha > 90^\circ$<br>$A = -FS\cos\alpha$         |
| 4. Перемещение происходит в сторону, противоположную направлению вектора силы |  | $\alpha = 180^\circ; \cos\alpha = -1$<br>$A = -FS$ |
| 5. Движение по инерции  |  | $F = 0; S \neq 0$<br>$A = 0$                       |
| 6. Грузчик держит на плечах груз, стоя на месте                               |  | $F \neq 0; S = 0$<br>$A = 0$                       |

3. Работа силы упругости

работа  $F_{упр}$  равна площади трапеции



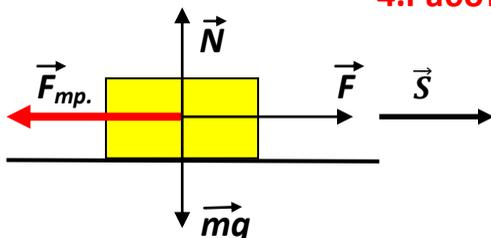
$$A_y = \frac{F_{y1} + F_{y2}}{2} \Delta x = \frac{kx_1 + kx_2}{2} \Delta x = \frac{k}{2} (x_1 + x_2)(x_1 - x_2)$$

$$A_y = \frac{k}{2} (x_1^2 - x_2^2)$$

$$A = \frac{k\Delta x^2}{2}$$

Работа силы упругости не зависит от формы траектории.

#### 4. Работа силы трения

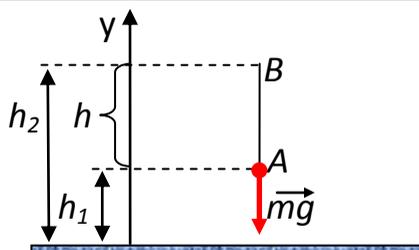


$$A_{\text{тр.}} = F_{\text{тр.}} \cdot S \cos 180^\circ = -F_{\text{тр.}} \cdot S$$

#### 5. Работа силы тяжести

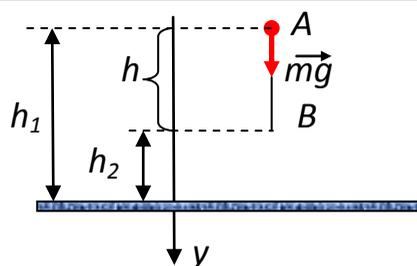
##### 1. Движение тела в вертикальном направлении

Вверх из т.А в т.В



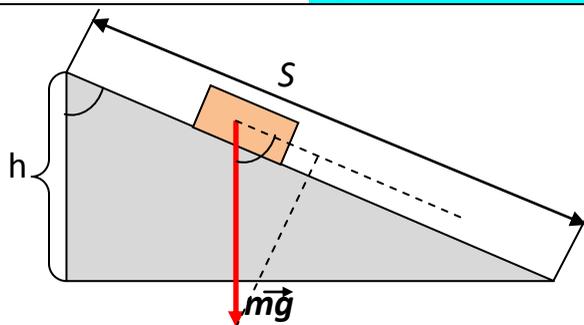
$$A = -mg(h_2 - h_1) = -mgh$$

Вниз из т.А в т.В



$$A = mg(h_1 - h_2) = mgh$$

##### 2. Движение по наклонной плоскости



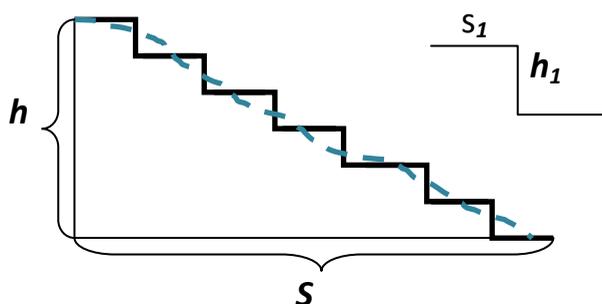
$$A = mg \cos \alpha S; \quad (h = S \cos \alpha)$$

$$A = mgh$$

**Выигрыша в работе наклонная плоскость не дает.**

Наклонная плоскость уменьшает силу тяжести, но при этом тело проходит больший путь

##### 3. Формы траектории



$$S = S_1 + S_2 + S_3 + \dots$$

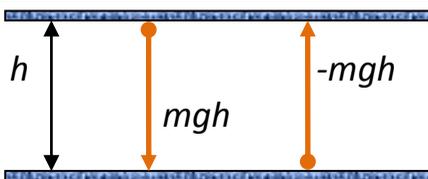
$$h = h_1 + h_2 + h_3 + \dots$$

$$A = mgh_1 + mgh_2 + mgh_3 + \dots = mgh$$

$$A = 0$$

**Работа силы тяжести не зависит от формы траектории движения тела и всегда равна произведению модуля силы тяжести на разность высот в исходном и конечном положениях**

##### 4. Замкнутая траектория



$$A = mgh - mgh = 0$$

**Работа силы тяжести на замкнутой траектории равна нулю**

- величина, характеризующая способность тела или системы тел совершать механическую работу.

Механическая работа есть мера изменения энергии в различных процессах

$$A = \Delta E; \quad E = H \text{ м} = \text{Дж}$$

Различают два вида механической энергии – **кинетическая** -  $E_k$   
- **потенциальная**  $E_p$

$$E_n = E_k + E_p$$

### 1. Кинетическая энергия

$$A = FS = ma \frac{V_2^2 - V_1^2}{2a} = \frac{mV_2^2}{2} - \frac{mV_1^2}{2}$$

$$E_k = \frac{mV^2}{2}$$

- энергия, которой обладает тело вследствие своего движения

$$A = E_{k2} - E_{k1}$$

- теорема о кинетической энергии

Работа равнодействующей всех сил, приложенных к телу равна изменению его кинетической энергии

### 2. Потенциальная энергия

- энергия, которая определяется взаимным положением взаимодействующих тел или частей одного и того же тела.

$$A = mgh = mg(h_1 - h_2) = mgh_1 - mgh_2$$

$$E_p = mgh$$

- потенциальная энергия, поднятого над Землей тела

$$A = E_{p1} - E_{p2} = -(E_{p2} - E_{p1})$$

- теорема о потенциальной энергии

Работа, совершаемая силой тяжести, равна изменению потенциальной энергии тела, взятому с противоположным знаком

$$A = \frac{kx_1^2}{2} - \frac{kx_2^2}{2} = (E_{p1} - E_{p2}) = -(E_{p2} - E_{p1})$$

$$E_p = \frac{k\Delta x^2}{2}$$

- потенциальная энергия упруго деформированного тела

Потенциальная энергия упруго деформированного тела равна работе, которую совершает сила упругости при переходе тела в состояние, в котором деформация равна нулю.

## Кинетическая и потенциальная энергии

Энергия - важнейшее понятие в механике. Что такое энергия? Существует множество определений, и вот одно из них.

*Энергия - это способность тела совершать работу. Другими словами, если тело способно совершить работу, значит, оно обладает энергией.*

### Кинетическая энергия

Если тело двигалось, под действием каких-то сил и изменило свою скорость от  $\vec{v}_1$  до  $\vec{v}_2$ . В этом случае силы, действующие на тело, совершили определенную работу  $A$ .

Работа всех сил, действующих на тело, равна работе равнодействующей силы.  $A = \Sigma FS$

Установим связь между изменением скорости тела и работой, совершенной действующими на тело силами. Для простоты будем считать, что на тело действует одна сила  $\vec{F}$ , направленная вдоль прямой линии. Под действием этой силы тело движется равноускоренно и прямолинейно. В этом случае векторы  $\vec{F}$ ,  $\vec{v}$ ,  $\vec{a}$ ,  $\vec{s}$  совпадают по направлению и их можно рассматривать как алгебраические величины.

Работа силы  $\vec{F}$  равна  $A = Fs$ .

Перемещение тела выражается формулой  $s = \frac{v_2^2 - v_1^2}{2a}$

отсюда  $A = Fs = F \cdot \frac{v_2^2 - v_1^2}{2a} = ma \cdot \frac{v_2^2 - v_1^2}{2a}$

или  $A = \frac{mv_2^2}{2} - \frac{mv_1^2}{2}$

Работа, совершенная силой, пропорционально изменению квадрата скорости тела.

**Кинетическая энергия тела равна половине произведения массы тела на квадрат его скорости.**

$$E_k = \frac{mv^2}{2}$$

*Кинетическая энергия - энергия движения тела. При нулевой скорости она равна нулю.*

### Теорема о кинетической энергии

Сформулируем теорему о кинетической энергии тела.

*Работа приложенной к телу силы равна изменению кинетической энергии тела.*

Данное утверждение справедливо и тогда, когда тело движется под действием изменяющейся по модулю и направлению силы.

$$A = E_{k2} - E_{k1}$$

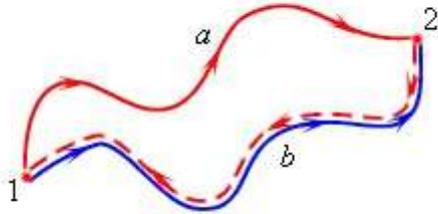
Таким образом, кинетическая энергия тела массы  $m$ , движущегося со скоростью  $\vec{v}$ , равна работе, которую сила должна совершить, чтобы разогнать тело до этой скорости.  $A = \frac{mv^2}{2} = E_k$

Чтобы остановить тело, нужно совершить работу  $A = -\frac{mv^2}{2} = -E_k$

## Потенциальная энергия

Это энергия взаимодействия тел, которая зависит от их положения.

Например, тело поднято над поверхностью земли. Чем выше оно поднято, тем больше будет потенциальная энергия. Когда тело падает вниз под действием силы тяжести, эта сила совершает работу. Причем работа силы тяжести определяется только вертикальным перемещением тела и не зависит от формы траектории.

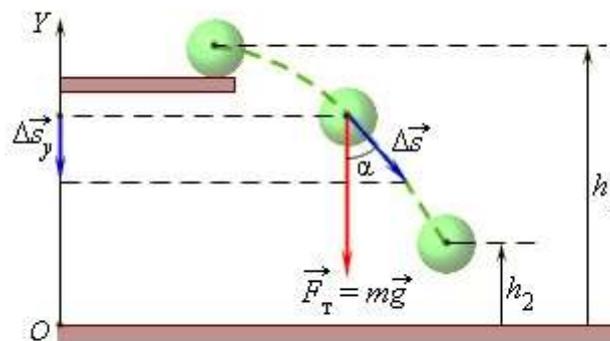


Вообще о потенциальной энергии можно говорить только в контексте тех сил, работа которых не зависит от формы траектории тела. Такие силы называются консервативными.

Примеры консервативных сил: сила тяжести, сила упругости.

Когда тело движется вертикально вверх, сила тяжести совершает отрицательную работу, а когда тело движется вниз – положительную работу (при движении тела вниз (ось  $y$  направлена вниз) ускорение свободного падения со знаком плюс, следовательно, и работа тоже со знаком плюс, а при движении вверх (ось  $y$  направлена вверх) ускорение свободного падения со знаком минус, следовательно, работа тоже со знаком минус)

Рассмотрим пример, когда шар переместился из точки с высотой  $h_1$  в точку с высотой  $h_2$ .



При этом сила тяжести совершила работу, равную

$$A = -mg(h_2 - h_1) = -(mgh_2 - mgh_1)$$

Эта работа равна изменению величины  $mgh$ , взятому с противоположным знаком.

Величина  $E_p = mgh$  - потенциальная энергия в поле силы тяжести.

На нулевом уровне (на земле) потенциальная энергия тела равна нулю.

**Потенциальная энергия - часть полной механической энергии системы, находящейся в поле консервативных сил. Потенциальная энергия зависит от положения точек, составляющих систему.**

Можно говорить о потенциальной энергии в поле силы тяжести, потенциальной энергии сжатой пружины и т.д.

Ясно, что потенциальная энергия зависит от выбора нулевого уровня (начала координат оси ОУ). Подчеркнем, что физический смысл имеет **изменение** потенциальной энергии при перемещении тел друг относительно друга. При любом выборе нулевого уровня изменение потенциальной энергии будет одинаковым.

### **Потенциальная энергия пружины**

Представим, что в первом случае мы взяли пружину и удлинили ее на величину  $x$ . Во втором случае мы сначала удлинили пружину на  $2x$ , а затем уменьшили на  $x$ . В обоих случаях пружина оказалась растянута на  $x$ , но это было сделано разными способами.

При этом работа силы упругости при изменении длины пружины на  $x$  в обоих случаях была одинакова и равна

$$A_{\text{упр}} = -A = -\frac{kx^2}{2}$$

Величина  $E_p = \frac{kx^2}{2}$  называется потенциальной энергией сжатой пружины.

Она равна работе силы упругости при переходе из данного состояния тела в состояние с нулевой деформацией.

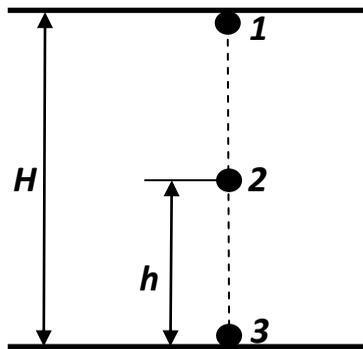
### **Теорема о потенциальной энергии.**

*Работа силы тяжести или упругости равна изменению потенциальной энергии, взятому с противоположным знаком.*

$$A = -(E_{p2} - E_{p1})$$

## ЗАКОН СОХРАНЕНИЯ ЭНЕРГИИ

Рассмотрим движение тела по траектории 1-2-3



$$1. E_k = 0; E_p = mgH; \quad E_{\Pi} = mgH$$

$$2. E_k = \frac{mV^2}{2}; V^2 = 2g(H - h); E_k = mg(H - h); E_p = mgh$$

$$E_{\Pi} = mgH - mgh + mgh = mgH$$

$$3. E_k = \frac{mV^2}{2}; V^2 = 2gH; E_k = mgH; E_p = 0$$

$$E_{\Pi} = mgH$$

Полная механическая энергия тела или замкнутой системы тел, на которые не действуют силы трения остается постоянной

$$E_{k1} + E_{p1} = E_{k2} + E_{p2}$$

Закон справедлив, когда на тело действует не только сила тяжести, но и сила упругости, т.к. для этих сил справедлива теорема о потенциальной энергии.

Рассмотрим убыль потенциальной и возрастание кинетической энергии

$$1. \text{убыль (1 - 2)} - \Delta E_p = E_{p1} - E_{p2} = mgH - mgh$$

$$2. \text{возрастание (1 - 2)} - \Delta E_k = E_{k2} - E_{k1} = mgH - mgh - 0 = mgH - mgh$$

На сколько увеличивается энергия тела одного вида, на столько же уменьшается энергия тела другого вида, т.е. происходит превращение одного вида механической энергии в другой.

Первооткрыватель закона сохранения и превращения энергии – М.В.Ломоносов.  
Через 100 лет Р.Майер, Дж.Джоуль, Э.Х.Ленц и Г.Гельмгольц –  
установили закон сохранения энергии как всеобщий закон природы

## Основные формулы раздела «Законы сохранения»

| <b>Импульс тела</b>   |  |
|---|--|
| $\vec{p} = m\vec{v} - \frac{\text{кг*м}}{\text{с}} = \text{Нс}$                           | Импульсом или количеством движения называется произведение массы тела на его скорость.<br><b>Импульс – векторная величина – направление вектора импульса совпадает с вектором скорости</b>                             |
| $\Delta\vec{p} = m\Delta\vec{v} = \vec{F}\Delta t$  | Изменение импульса тела равно импульсу силы.   |
| <b>Закон сохранения импульса</b>  |  |
| $m_1\vec{v}_1 + m_2\vec{v}_2 = m_1\vec{v}'_1 + m_2\vec{v}'_2$                             | Геометрическая сумма импульсов тел, составляющих замкнутую систему, остается постоянной при любых взаимодействиях тел этой системы между собой.<br>(замкнутая система – система, на которую не действуют внешние силы) |
| <b>Работа</b>   |  |
| $A = FScos\alpha = 1\text{Н} * 1\text{м} = 1\text{Дж}$                                    | скалярная величина, равная произведению модуля силы, действующей на тело, на модуль перемещения и на косинус угла между векторами силы и перемещения (или скорости).   |
| $A = \frac{k\Delta x^2}{2}$   | Работа силы упругости  |
| $A_{\text{тр.}} = -F_{\text{тр.}}S cos\alpha$   | Работа силы трения   |
| $A = mgh$   | Работа силы тяжести  |
| <b>Мощность</b>   |  |
| $N = \frac{A}{t} - \text{Вт}$   | Скорость выполнения работы   |
| <b>Энергия</b>  |  |
| величина, характеризующая способность тела или системы тел совершать механическую работу. |  |
| $E_k = \frac{mV^2}{2}$  | Кинетическая энергия – энергия, которой обладает тело вследствие своего движения   |
| $A = E_{k2} - E_{k1}$   | Теорема о кинетической энергии - работа равнодействующей всех сил, приложенных к телу равна изменению его кинетической энергии   |
| $E_p = mgh$   | Потенциальная энергия, поднятого над Землей тела.  |
| $E_p = \frac{kx^2}{2}$  | Потенциальная энергия упруго деформируемого тела   |
| $A = E_{p1} - E_{p2} = -(E_{p2} - E_{p1})$  | Теорема о потенциальной энергии  |
| $E_{k1} + E_{p1} = E_{k2} + E_{p2}$   | Закон сохранения энергии   |